

**CONCOURS D'ENTREE EN 1<sup>ère</sup> ANNEE DU CYCLE PREPARATOIRE**  
**24 Juillet 2009**  
**Epreuve de Mathématiques**

(Nombre de pages 4 et une fiche réponse à remettre au surveillant, correctement remplie, à la fin de l'épreuve)

**CALCULATRICE NON AUTORISEE**

<p>1) Soit L une liste d'entiers relatifs <b>consécutifs</b> dont le premier terme est -22 et le dernier terme est noté par <math>x</math>. <math>L = \{-22, \dots, x\}</math> Si la somme de tous les éléments de L est égale à 72 alors <math>x =</math></p>	<p>a) -72 b) 25 c) 22</p>
<p>2) <math>\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n e^n}{\pi^{n+1}} =</math></p>	<p>a) <math>1/\pi</math>      b) 0      c) n'existe pas</p>
<p>3) Soit <math>X_n = \sum_{k=1}^n \frac{2^k}{e^{k+1}}</math> ; alors <math>\lim_{n \rightarrow \infty} X_n =</math></p>	<p>a) <math>+\infty</math>      b) <math>\frac{1}{e-2}</math>      c) <math>\frac{2}{e(e-2)}</math></p>
<p>4) On considère un carré <math>C_0</math> dont les côtés mesurant <math>a</math> cm. Soit <math>C_1</math> le carré inscrit dans <math>C_0</math> dont les sommets sont les milieux des côtés de <math>C_0</math>. Nous procédons de la même manière et nous formons une famille infinie de carrés (<math>C_i</math>) tel que <math>C_{i+1}</math> est le carré inscrit dans <math>C_i</math> dont les sommets sont les milieux des côtés de <math>C_i</math>. <b>La somme totale des périmètres des carrés <math>C_i</math> est égale à</b></p>	<p>a) <math>4a(2+\sqrt{2})</math> b) <math>4a(1+\sqrt{2})</math> c) <math>4a</math></p>
<p>5) Soit <math>w_n = \sum_{p=2}^n \frac{1}{p^2 - 1}</math> ; alors <math>\lim_{n \rightarrow \infty} w_n =</math></p>	<p>a) <math>3/2</math>      b) <math>3/4</math>      c) <math>+\infty</math></p>
<p>6)</p>	

<p>Soit <math>(u_n)_{n \geq 0}</math> une suite numérique à termes strictement positifs (<math>u_n &gt; 0</math>) vérifiant <math>\frac{u_{n+1}}{u_n} \leq k</math>, <math>\forall n \in \mathbb{N}</math> avec <math>k</math> est une constante strictement inférieure à 1. (<math>k &lt; 1</math>).</p> <p>On définit la suite <math>(V_n)_{n \geq 0}</math> définie par</p> $V_n = \sum_{k=0}^n u_k.$ <p>On considère les assertions suivantes:</p> <p>(I) <math>(u_n)_n</math> est bornée</p> <p>(II) <math>\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0</math></p> <p>(III) <math>(V_n)_n</math> est convergente</p> <p>Laquelle ( lesquelles) des assertions est ( sont vraies) ?</p>	<p>a) Seulement I</p> <p>b) Seulement I et II</p> <p>c) I, II et III .</p>
<p>7) <math>\int_0^{\pi/3} \frac{1}{(9 + \operatorname{tg}^2 x) \cos^2 x} dx</math></p>	<p>a) <math>\frac{\pi}{9}</math>      b) <math>\frac{\pi}{18}</math>      c) <math>\frac{1}{3} \operatorname{arctg} \frac{1}{3}</math></p>
<p>8) <math>\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\operatorname{arctg} \pi x}{x} =</math></p>	<p>a) <math>\pi</math>      b) 1      c) 0</p>
<p>9) <math>\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin^2 3x}{3x^2} =</math></p>	<p>a) 1      b) <math>\frac{1}{3}</math>      c) 3</p>
<p>10) <math>\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \int_{\pi/4}^{\pi/4+h} \frac{1}{\operatorname{tg} x} dx =</math></p>	<p>a) <math>\frac{\pi \sqrt{2}}{2}</math>      b) <math>\sqrt{2}</math>      c) 0</p>
<p>11) <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \sqrt{\pi x}}{1 - \cos \pi x} =</math></p>	<p>a) <math>\sqrt{\pi}</math>      b) <math>\frac{\sqrt{\pi}}{\pi}</math>      c) 0</p>
<p>12) <math>\int_{-2}^0 \frac{dx}{x^2 + 6x + 12}</math></p>	<p>a) <math>\frac{\pi}{6}</math>      b) <math>\frac{\pi \sqrt{3}}{18}</math>      c) <math>\frac{1}{6}</math></p>
<p>13) La surface formée par la courbe de <math>f(x) = \frac{1}{x(1 + \ln x)}</math> et par les droites <math>x = 1</math> et <math>x = e^2</math> est égale à</p>	

	a) $\ln 3$ b) $\ln(e^2 + 1) - \ln 2$ c) $e^2 - 1$
<p>Soit <math>(U_n)_{n \geq 3}</math> la suite définie par</p> <p>14) <math>U_n = \int_e^n \frac{1}{x(\ln x)^3} dx</math></p> <p>Alors <math>\lim_{n \rightarrow \infty} U_n =</math></p>	<p>a) <math>+\infty</math>    b) <math>\frac{1}{2}</math>    c) <math>\frac{1}{2e^2}</math></p>
<p>15)</p> <p>Soit <math>g(x) = \int_{\sqrt{x}}^{x^2} e^{u^2} du</math>, alors</p> <p>la tangente à la courbe de <math>g</math> en <math>x = 1</math> admet pour équation</p>	<p>a) <math>y = \frac{3e}{2}(x-1)</math></p> <p>b) <math>y = ex - (e+1)</math></p> <p>c) Les données sont insuffisantes pour la déterminer</p>
<p>16)</p> <p><math>\int \frac{tg \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx =</math></p>	<p>a) <math>\ln\left(\frac{1}{\cos^2 x}\right) + K</math></p> <p>b) <math>-\ln(\cos \sqrt{x}) + K</math></p> <p>c) <math>\ln\left(\frac{1}{\cos^2 \sqrt{x}}\right) + K;</math> (<math>K</math> une constante)</p>
<p>17) <math>\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{3n-1}\right)^{2n-1} =</math></p>	<p>a) 0    b) <math>\frac{1}{3}</math>    c) <math>+\infty</math></p>
<p>18)</p> <p>Soit <math>B = \{i, j, k\}</math> une base de <math>(\mathbb{R}^3, +, \cdot)</math>.</p> <p>On considère les familles suivantes</p> <p><math>E = \{i + j, i + k, j + k\}</math></p> <p><math>N = \{i, j + k, i + j + k\}</math></p> <p><math>S = \{i, 2j, 3k\}</math></p> <p><math>A = \{i, 2j - k, j\}</math></p> <p>Alors laquelle ( ou lesquelles ) des familles forme une base ?</p>	<p>a) Aucune</p> <p>b) Seulement S</p> <p>c) Seulement E,S et A</p>
<p>19) Soit <math>S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x + 2y - z = 0\}</math>.</p> <p>Lequel des systèmes suivants forme une base pour E ?</p>	<p>a) <math>\{(1,0,1);(0,1,2)\}</math></p> <p>b) <math>\{(0,1,2);(1,0,2);(1,2,0)\}</math></p> <p>c) <math>\{(0,1,2)\}</math></p>
<p>20)</p> <p>On considère les ensembles suivants</p> <p><math>E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / y = 0\}</math></p> <p><math>N = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x + y + z = 1\}</math></p> <p><math>S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / z = 2\}</math></p> <p><math>A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x + y + z = 0\}</math></p> <p>Lesquels parmi ces ensembles sont des sous espaces vectoriels de <math>\mathbb{R}^3</math> ?</p>	<p>a) Seulement E et A</p> <p>b) Seulement N et S</p> <p>c) Tous ( E,N,S et A)</p>

<p>21)</p> <p>Soit A une matrice carrée d'ordre n vérifiant <math>A^2 = A + 3I_n</math> (<math>I_n</math> est la matrice identité)</p> <p>On considère les égalités suivantes</p> <p>(I) <math>\det A = 0</math></p> <p>(II) <math>A^{-1} = 3I_n - A</math></p> <p>(III) <math>\det A \neq 0</math></p> <p>(IV) <math>A^{-1} = \frac{1}{3}(A - I_n)</math></p> <p>Alors</p>	<p>a) (II) et (III) sont vraies</p> <p>b) (III) et (IV) sont vraies</p> <p>c) (I) et (IV) sont vraies</p>
<p>22)</p> <p>Soit A une matrice carrée d'ordre n vérifiant <math>A^2 - A - I_n = 0_n</math> (<math>I_n</math> est la matrice identité et <math>0_n</math> est la matrice nulle )</p> <p>Alors <math>\det (A - I_n) =</math></p>	<p>a) <math>\det(A) - 1</math></p> <p>b) <math>\sqrt{\det(A)}</math></p> <p>c) <math>\frac{1}{\det(A)}</math></p>
<p>23)</p> <p>Soit <math>A = (a_{ij})_{1 \leq i, j \leq n}</math> une matrice carrée d'ordre n.</p> <p>On appelle la Trace de A notée par <math>\text{Tr}(A)</math> le nombre <math>\text{Tr}(A) = \sum_{i=1}^n a_{ii}</math></p> <p>Alors <math>\text{Tr}(A + I_n) =</math></p>	<p>a) <math>\text{Tr}(A) + n</math></p> <p>b) <math>n\text{Tr}(A)</math></p> <p>c) <math>\text{Tr}(A) + 1</math></p>
<p>24)</p> <p>Si <math>\int_0^x h(t)dt = x \ln(1 + x^2)</math></p> <p>alors <math>h(1) =</math></p>	<p>a) <math>\ln 2</math></p> <p>b) <math>1 + \ln 2</math></p> <p>c) Les données sont insuffisantes</p>
<p>25)</p> <p><math>\int \sin(\ln x) dx =</math></p>	<p>a) <math>\frac{e^x}{2} [\sin x - \cos x] + K</math></p> <p>b) <math>\frac{x}{2} [\sin(\ln x) - \cos(\ln x)] + K</math></p> <p>c) <math>\frac{\cos(\ln x)}{x} + K;</math></p> <p><math>K</math> une constante</p>