

Note :	Epreuve de mathématique	Durée : 2h00	Compostage
50	Important : La fiche ne doit porter aucun signe indicatif ni signature		Ne rien écrire dans ce cadre

QUESTIONS REPONSES PRECISES : (Une réponse juste : 2pts, une réponse fausse ou pas de réponse : 0pts)

Q1	Pour $a \in \mathbb{R}$, calculer $Le = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left(\left(a + \frac{1}{n}\right)^2 + \left(a + \frac{2}{n}\right)^2 + \dots + \left(a + \frac{n-1}{n}\right)^2 \right)$	Le =	NOTES	Q2 Soit $(u_n)_n$ une suite convergente telle que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\frac{1}{2} < u_n < 1$. On considère la suite $(X_n)_n$ telle que : $X_0 = u_0$ et $\forall n \in \mathbb{N}, X_{n+1} = \frac{X_n + u_{n+1}}{1 + X_n u_{n+1}}$. Calculer $\lim_{n \rightarrow \infty} X_n$.	Q3	Soit $\alpha \in \mathbb{C}$. Déterminer, Γ , l'ensemble des points du plan complexe dont les affixes z vérifient : $ z - \alpha = 2z - \alpha $	Q4	Soit $\theta \in \mathbb{R}$ et soit a une solution de l'équation $x^2 - 2 \cos(\theta)x + 1 = 0$. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, calculer : $Se = a^n + \frac{1}{a^n}$	Q5	Déterminer le domaine de définition, D , de la fonction $f(x) = \tan(\pi \sin(\frac{\pi}{6}x))$.	Q6	Soit P un polynôme à coefficients strictement positifs. Calculer : $Q6 = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{E(P(x))}{P(E(x))}$	Q7	Calculer la dérivée d'ordre n de la fonction $f(x) = e^x \sin(x)$	Q8	Soit $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dérivable telles que : $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2, f(x+y) = f(x)f(y)$. Calculer f'	Q9	Soit f une fonction dérivable en 0 telle que $f(0) = 0$. Pour $k \in \mathbb{N}^*$, trouver : $Q9 = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left(f(x) + f\left(\frac{x}{2}\right) + f\left(\frac{x}{3}\right) + \dots + f\left(\frac{x}{k}\right) \right)$	Q10	Résoudre l'équation différentielles : $y' \tan x = y \ln y$, et $y(0) = \pi$	Q11	Évaluer la limite $Je = \lim_{x \rightarrow +\infty} 1 - \left(\tan \frac{\pi x}{2x+1} \right)^{\frac{1}{x}}$	Q12	Soit $a < 1$ et soit h une fonction définie sur $]1, +\infty[$ par $h(x) = \log_a x - \log_x a$. Calculer $Q12 = (h^{-1})'(0)$.	Q13	Calculer : $Q13 = \int_{\frac{\pi}{2}}^x \frac{1}{1 + \sin x - \cos x} dx$	Q14	Calculer : $Lt = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{\tan x}}{\sin 2x} dx$	Q15	Trouver S l'ensemble des solutions de l'équation : $\ln \sin x + \ln \tan x = \ln \cos x $	Q16	Calculer : $Q16 = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} E\left(\frac{\ln n}{n - \ln n}\right)$
----	---	------	-------	---	----	--	----	--	----	---	----	--	----	---	----	---	----	---	-----	---	-----	--	-----	---	-----	--	-----	---	-----	--	-----	---

PARTIE QCM : Une réponse juste : + 2pts, Pas de réponse : 0pts, Une réponse fausse ou plus d'une seule réponse : -1pts

Q17	Pour quelles valeurs de m la matrice $\begin{pmatrix} 1-m & -3 & 4 \\ 4 & -7-m & 8 \\ 6 & -7 & 7-m \end{pmatrix}$ n'est pas inversible	A	-1 et 2	B	Uniquement -1	C	-1 et -3	D	Aucunes des trois réponses
Q18	Soit f définie par $f(0) = 0$ et $f(x) = e^{x^2-x+\ln x }$. Alors	A	C_f admet une tangente en $(0,0)$	B	Sur $[0,1]$, C_f est au-dessus de la droite $y = x$	C	C_f admet au point $(1,1)$ une tangente de pente 3	D	Aucunes des trois réponses
Q19	Soit $m \in \mathbb{R}^*$. Soit f_m définie par $f(0) = m$ et $f_m(x) = \frac{m}{x^2} e^{\frac{1}{x}} + m$. Soit C_{f_m} sa courbe. Alors :	A	f_m n'est pas dérivable à gauche en 0	B	C_{f_m} et $C_{f_{-m}}$ sont symétriques par rapport à l'axe des ordonnées	C	Pour $m > 0$, on $\max_{] -\infty, 0]} f_m = m\left(\frac{2}{\sqrt{2}} + 1\right)$	D	Aucunes des trois réponses
Q20	Dans une boîte se trouvent 14 jetons portant chacun une lettre du nom "SAHARA MAROCAIN". Soit l'expérience : « tirer simultanément 5 jetons ». On répète cette expérience 3 fois en remettant à chaque tirage les 5 lettres tirées dans la boîte. On suppose que tous les tirages sont équiprobables. Soit Y le nombre de fois de former le nom « SMARA » avec les 5 lettres tirées. Quelle est la probabilité pour que l'on ait $Y = 3$	A	$\frac{1000}{(1001)^3}$	B	$\frac{1001}{(1001)^3}$	C	$\frac{1002}{(1001)^3}$	D	$\frac{1003}{(1001)^3}$
Q21	Une boîte A contient 3 jetons numérotés : 1, 2, 4. Une boîte B contient 6 jetons numérotés : 0, 3, 3, 5, 5. On tire au hasard un jeton dans A, on lit le nombre a porté sur le jeton, puis on remet ce jeton tiré dans A. On effectue la même opération pour B, soit b le numéro du jeton tiré de B. A ce couple (a, b) on associe le point $M(a, b)$. Quelle est la probabilité pour que $M(a, b)$ soit situé sur l'ellipse d'équation : $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$	A	$\frac{1}{6}$	B	$\frac{2}{6}$	C	$\frac{3}{6}$	D	Aucunes des trois réponses
Q22	Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, on considère les deux points $A(1,1,1)$ et $B\left(\frac{-1}{2}, \frac{3}{2}, 0\right)$ et les trois plans ; (P): $x + y + z - 1 = 0$, (Q): $x - y + z + 2 = 0$ et (H) le plan passant par A et perpendiculaire à (P) et à (Q). Soit S la sphère de centre B et passant par A. Alors l'intersection de S et (H) est :	A	Le cercle de centre $\left(\frac{-1}{4}, \frac{3}{2}, \frac{1}{4}\right)$ et de rayon $\sqrt{\frac{55}{8}}$	B	Le plus grand cercle dans la sphère	C	L'ensemble vide	D	Aucunes des trois réponses
Q23	Soit n , un entier naturel non nul et $(I_n)_n$ la suite définie par : $I_n = \int_1^0 x e^{-nx^2} dx$. Choisir la bonne réponse :	A	$I_n = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{e^{2n}}\right) \left(1 + \frac{1}{e^n}\right)$	B	$(I_n)_n$ est minoré par $-\frac{1}{2}$	C	$(I_n)_n$ Converge vers 0	D	Aucunes des trois réponses
Q24	Soit l'équation (E) : $\sin(x) = \cos(2x)$. On cherche le nombre de solutions de (E) appartenant à $[0, 2\pi]$:	A	Une solution	B	Deux solutions	C	trois solutions	D	Plus que quatre solutions
Q25	Trouver la fonction de chaque flèche pour compléter les derniers cercles :	A	18 et 9	B	8 et 12	C	17 et 9	D	Aucunes des trois réponses