# FILTRAGE ANALOGIQUE

## Généralités

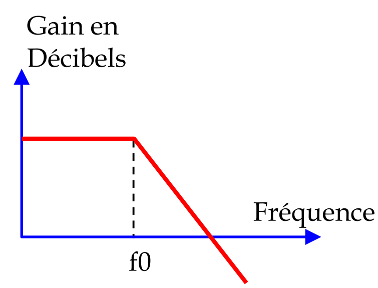
La fonction filtrage sert à éliminer des signaux de fréquences non désirées. Le domaine des fréquences autorisées s'appelle bande passante

On distingue :

- Les filtres passifs : constitués seulement de dipôles passifs (résistances, condensateurs, bobines)
- Les filtres actifs : constitués de dipôles passifs et de dipôles actifs (amplificateurs opérationnels, transistors…). Les filtres actifs ont l'avantage de :
    - Avoir des caractéristiques indépendantes de la charge
    - Avoir une amplification possible dans la bande passante

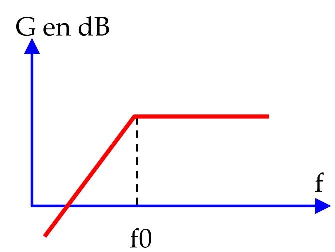
### 1. Types de filtres

➪ ***Filtre passe bas***



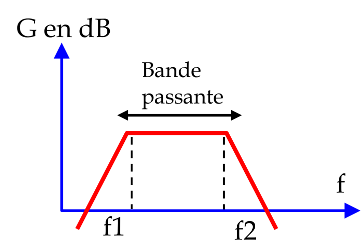

Laisse passer les signaux de fréquence inférieure à sa fréquence de coupure f0

➪ ***Filtre passe haut***




Laisse passer les signaux de fréquence supérieure à sa fréquence de coupure f0

➪ ***Filtre passe bande***

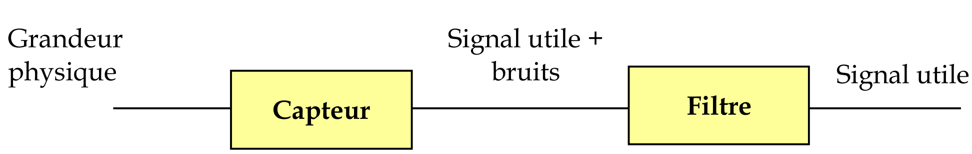



Laisse passer les signaux de fréquence comprise entre ses deux fréquences de coupure f1 et f2

Les principales applications des filtres sont :

- Extraire la valeur moyenne d'un signal périodique par un passe-bas
- Eliminer les fréquences indésirables : éliminer les sons aigus par un passe-bas, éliminer les sons graves par un passe-haut
- Sélectionner une fréquence ou une bande de fréquence par un passe-bande (télévision, radio…)

***Cas de la chaîne d'acquisition***



*Indications mathématiques et électriques utiles*

- Quelques propriétés de la fonction logarithme décimal

$\boxed{\log ab = \log a + \log b}$ $\qquad \log 1 = 0$

$\boxed{\log \frac{a}{b} = \log a - \log b}$ $\qquad \log 10 = 1$

$\boxed{\log a^n = n.\log a}$ $\qquad \log 100 = 2$

- Quelques propriétés des nombres complexes

Soit z un nombre complexe, $z = a + jb$ où a, b sont des réels et $j^2 = -1$

Module de z : $\boxed{\|z\| = \sqrt{a^2 + b^2}}$

Et argument de z : $\boxed{\arg(z) = \mathrm{arctg}\left(\frac{b}{a}\right)}$

$\boxed{\|z1.z2\| = \|z1\|.\|z2\|}$ $\qquad \boxed{\arg(z1.z2) = \arg(z1) + \arg(z2)}$

$\boxed{\left\|\frac{z1}{z2}\right\| = \frac{\|z1\|}{\|z2\|}}$ $\qquad \boxed{\arg\left(\frac{z1}{z2}\right) = \arg(z1) - \arg(z2)}$

- Impédances en notation complexe

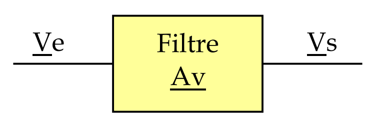
L'impédance d'une résistance R est : $\boxed{\underline{Z}_R = R}$

L'impédance d'une bobine d'inductance L est : $\boxed{\underline{Z}_L = jL\omega}$

L'impédance d'un condensateur de capacité C est : $\boxed{\underline{Z}_C = \frac{1}{jC\omega}}$

## 2. Fonction de transfert

La fonction de transfert d'un filtre, en notation complexe $\underline{Av} = \frac{\underline{Vs}}{\underline{Ve}}$




- **L'amplification Av** est le module de $\underline{Av}$ soit $Av = \|\underline{Av}\|$
- **La phase φ** (déphasage entre l'entrée et la sortie) est l'argument de $\underline{Av}$ soit $\boxed{\varphi = \arg(\underline{Av})}$

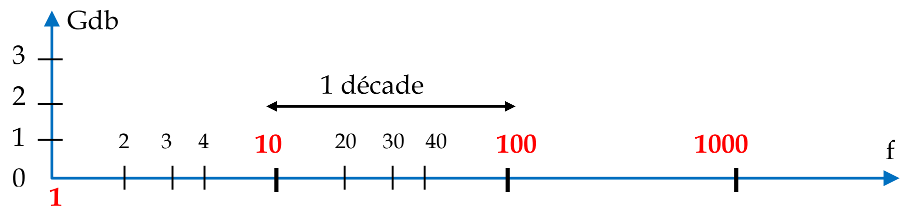
Plutôt que de parler de l'amplification Av, on préfère parler du **gain G** en décibels dB : $\boxed{G = 20 \log \|\underline{Av}\|}$

On en déduit $\boxed{Av = 10^{G/20}}$

## 3. Diagramme de Bode

Un axe gradué linéairement est mal adapté pour représenter une grandeur sur un intervalle très large, c'est le cas du domaine des fréquences d'un filtre. On utilise donc une échelle logarithmique

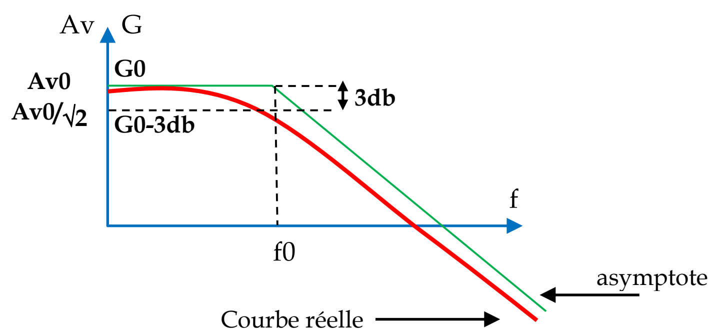
Le diagramme de Bode est la représentation du gain dB et de la phase en fonction de la fréquence sur une échelle semi-logarithmique




Une décade se définit par l'intervalle [ f, 10f ]
Par exemple, [20Hz, 200Hz] = une décade et [15kHz, 15MHz] = 3 décades

## 4. Fréquence de coupure à -3db

La fréquence de coupure à -3 dB d'un filtre est telle que $Av = Av0/\sqrt{2}$
En décibels, cela se traduit par $G = G_0 - 3db$
En effet, $Av = Av0/\sqrt{2}$ => $G = 20.\log(Av0/\sqrt{2})$
=> $G = 20\log(Av0) - 20\log\sqrt{2}$
$= G_0 - 3db$




$G_0$ : gain maximal (ou gain dans la bande passante ou encore gain statique)
Av0 : amplification maximale

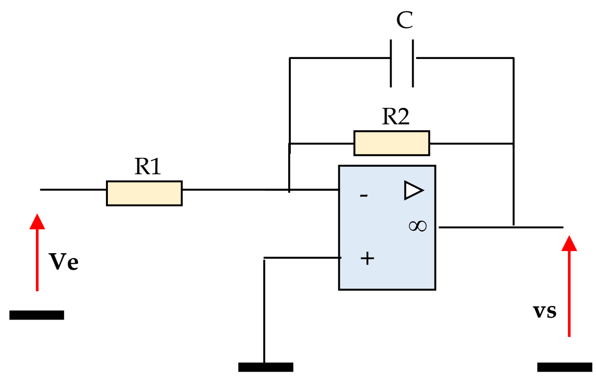
## 5. Formes canoniques des filtres du 1e ordre

Les fonctions de transferts, en notation complexe, des filtres du 1e ordre peuvent s'exprimer sous l'une des 3 formes canoniques suivantes :

| Passe-bas | Passe-haut | Passe-bande |
|---|---|---|
| $\underline{Av} = \pm Av_0 \cdot \dfrac{1}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_0}}$ | $\underline{Av} = \pm Av_0 \cdot \dfrac{j\dfrac{\omega}{\omega_0}}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_0}}$ | $\underline{Av} = \pm Av_0 \cdot \dfrac{j\dfrac{\omega}{\omega_1}}{(1 + j\dfrac{\omega}{\omega_1})(1 + j\dfrac{\omega}{\omega_2})}$ |
| $Av_0$ : Amplification maximale<br>$f_0$ : fréquence de coupure ($\omega_0 = 2\pi.f_0$) | $Av_0$ : Amplification maximale<br>$f_0$ : fréquence de coupure | $Av_0$ : Amplification maximale<br>$f_1$ : fréquence de coupure basse<br>$f_2$ : fréquence de coupure haute ($f_1 << f_2$) |

# Etude des filtres actifs

## Filtre passe-bas




……………………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………………

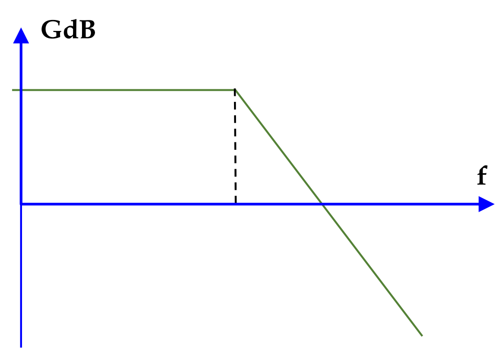
……………………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………………

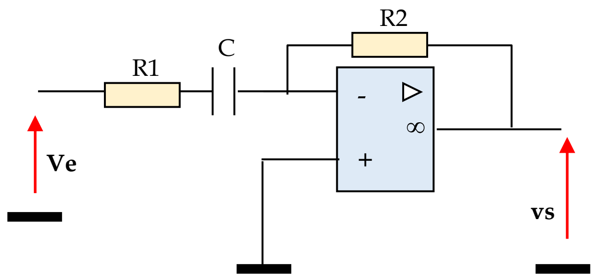
……………………………………………………………………………………………………………………………

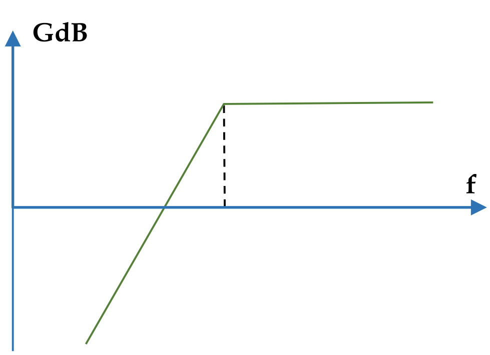
……………………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………………

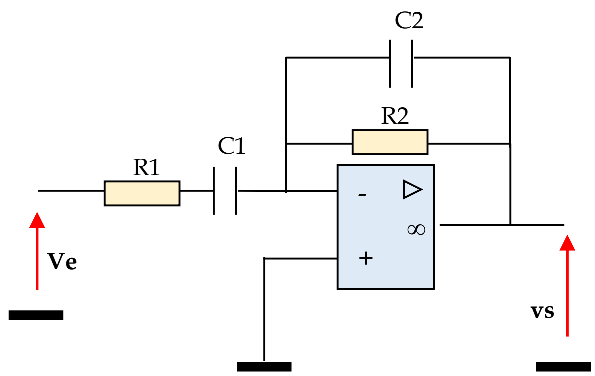


## Filtre passe-haut



## Filtre passe-bande




……………………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………………

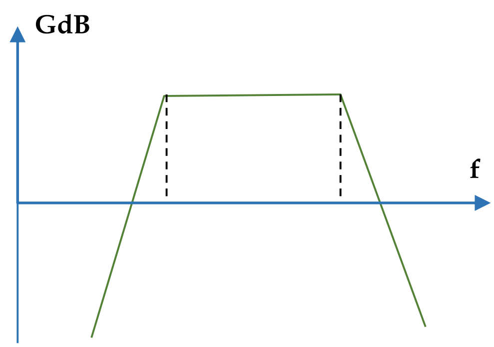
……………………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………………

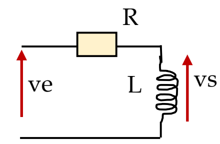
……………………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………………



## Exercice 1 : filtre passe-haut passif




1. *Déterminer la fonction de transfert complexe Av et déduire le type du filtre*
2. *Calculer la fréquence de coupure f0 et le gain maximal G0 ; on donne R = 2 kΩ et L= 10.6 mH*
3. *Esquisser le diagramme asymptotique du gain*
4. *Calculer le gain en dB pour f = 1 Khz*

……………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………

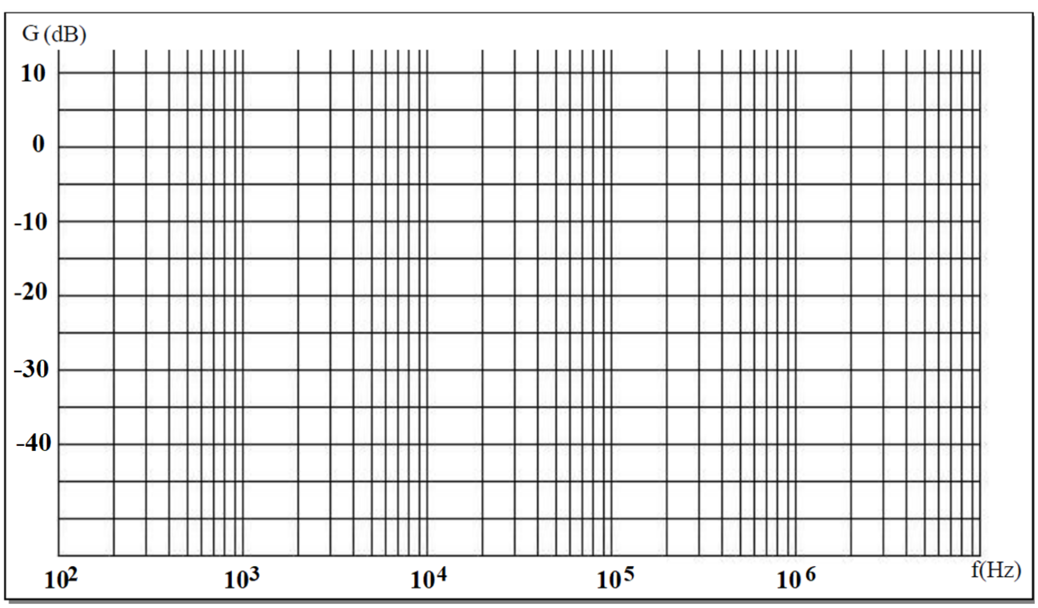
……………………………………………………………………………………………………………

Av0 = ………………….

G0 = ……………………

f0 = …………………….

Pente = …………………

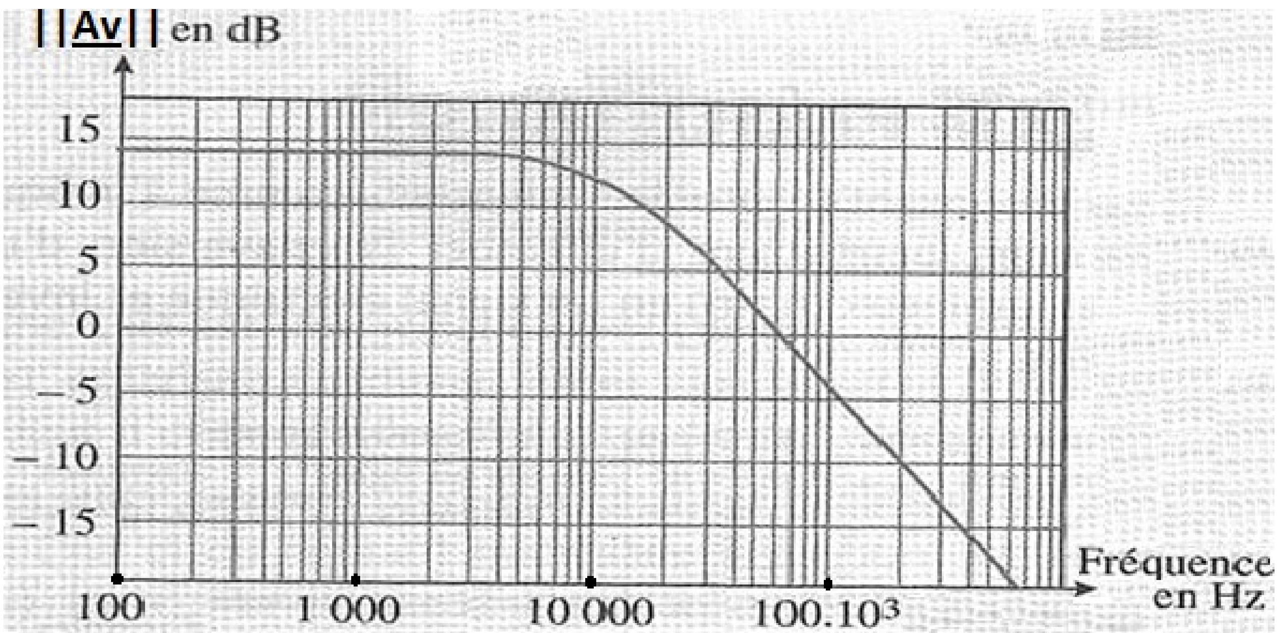


**Exercice 2 : filtre passe-bas**

La figure représente le diagramme de Bode d'un filtre passe-bas :

1. *Déterminer graphiquement la valeur du gain statique dans la bande passante, la fréquence de coupure à -3dB et la pente de la droite après la fréquence de coupure*
2. *On applique à ce filtre le signal* $ve(t) = 4 + 2\sin 2\pi f_1 t + 2\sin 2\pi f_2 t$ *(ve en mV, f1 = 1 kHz et f2 = 200 kHz) dont voici le spectre fréquentiel :*


*Déterminer le gain en dB pour chacune des composantes de ve. Déduire l'expression du signal de sortie vs(t) ainsi que son spectre*




……………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………

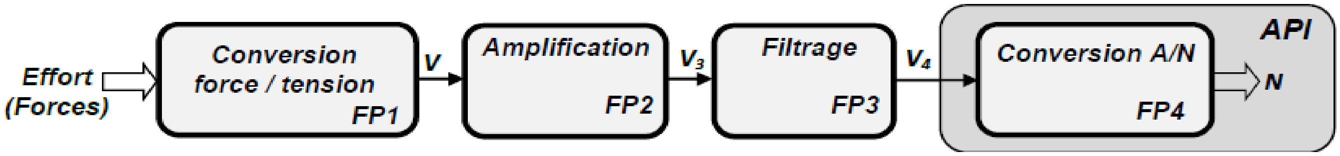
……………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………

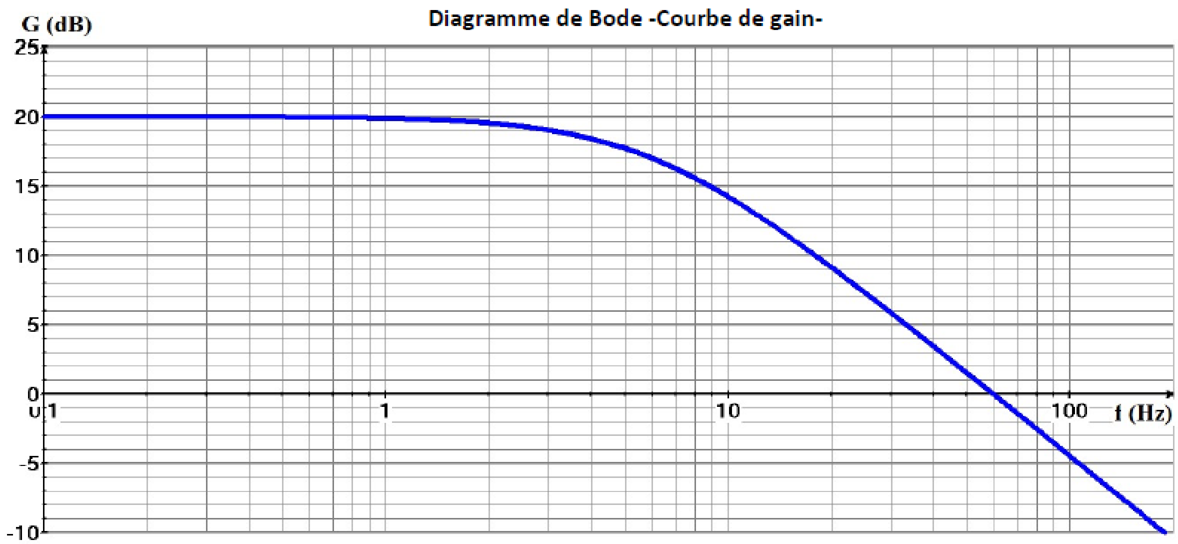
..................................................................................................................................................
..................................................................................................................................................
..................................................................................................................................................
..................................................................................................................................................
..................................................................................................................................................
..................................................................................................................................................
..................................................................................................................................................
..................................................................................................................................................
..................................................................................................................................................
..................................................................................................................................................
..................................................................................................................................................
..................................................................................................................................................
..................................................................................................................................................
..................................................................................................................................................
..................................................................................................................................................

Exercice 3 : Examen national 2019, session normale




**Tâche 3 : Etude de la fonction FP3**

Afin d'atténuer les perturbations électromagnétiques dues au secteur, le signal $V_3$ est appliqué à un filtre dont la courbe de gain est donnée ci-dessous.




On suppose que la perturbation peut être considérée comme un signal sinusoïdal de fréquence $f$ = **50 Hz** et que le signal utile est un signal à faible variation *($f \approx$ **0 Hz**)*.

***Question : 36.*** *Relever sur la courbe : Le gain maximal* $G_{MAX}$ *et la fréquence de coupure* $f_0$ *à -3dB.* [3 pts]

***Question : 37.*** *De quel type de filtre s'agit-il (passe-bas, passe-haut ou passe-bande) ?* [1 pt]

***Question : 38.*** *Calculer l'amplification* $A = \frac{V_4}{V_3}$ *pour* $f$ = **0 Hz** *sachant que* $G$ *= 20 dB pour* $f$=**0 Hz**. [2 pts]

***Question : 39.*** *En déduire la valeur de* $V_4$ *lorsque* $V_3 = 0{,}5$ *V.* [1 pt]

……………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………

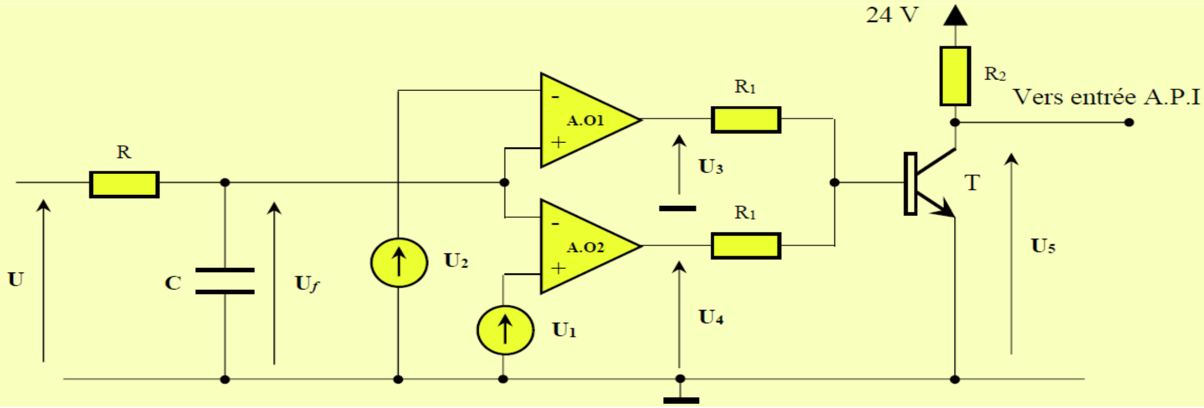
……………………………………………………………………………………………………………

## Exercice 4 : Examen national 2020, session de rattrapage

### Conditionnement du signal

Le circuit de conditionnement du signal de sortie du capteur à ultrasons est constitué d'un filtre, d'un comparateur à fenêtre et d'un adaptateur de tension.

Le schéma de ce conditionneur est le suivant :




Afin de supprimer tout signal parasite, la fréquence de coupure à **-3 dB** du filtre **RC** est fixée à $f_0$ **= 0,5 Hz**.

***Q39.*** *Exprimer* $\underline{Av} = \frac{\underline{Uf}}{\underline{U}}$ *en fonction de* ***R*** *et* $\underline{Zc}$ *(****Zc*** *: impédance du condensateur* ***C****).* **1 pt**

***Q40.*** *Mettre* $\underline{Av}$ *sous la forme* $\underline{Av} = \frac{1}{1 + j\frac{f}{f_0}}$ *et exprimer* $f_0$ *en fonction de* ***R*** *et* ***C***. **2 pts**

***Q41.*** *Pour* $R = 100\ k\Omega$, *calculer la capacité* ***C*** *du condensateur en* $\mu F$. **1,5 pt**

***Q42.*** *Tracer la courbe du gain (diagramme asymptotique). Donner la nature du filtre (passe-bas, passe-haut, passe- bande) et sa bande passante à -3 dB ainsi que sa pente d'atténuation.* **3,5 pts**

……………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………

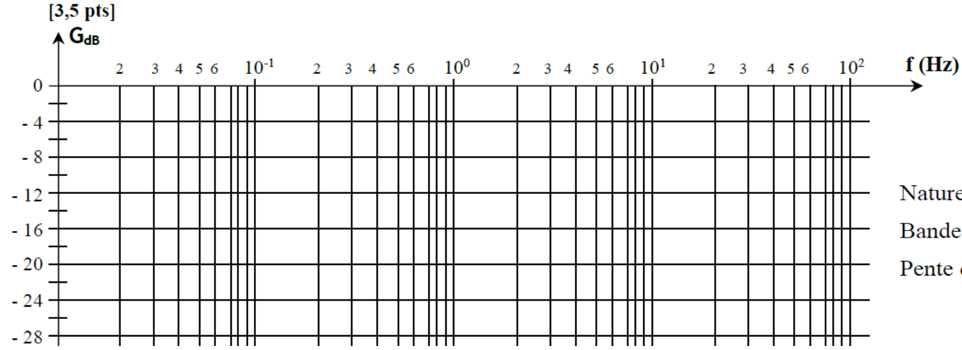
……………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………

**Q42-** [3,5 pts]



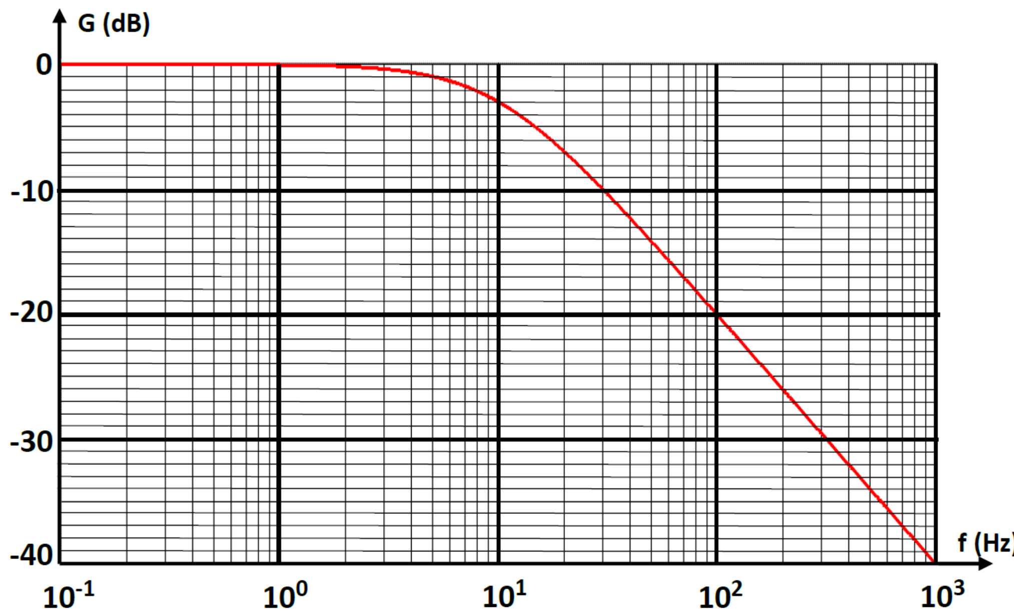

Nature du filtre : ……………………

Bande passante = ……………………..

Pente d'atténuation = ……………dB / décade

**Exercice 5 : Examen national 2021, session normale**

Le signal $V_S$ issu de l'amplificateur d'instrumentation est appliqué à un filtre dont la courbe de gain est la suivante :




En vue d'identifier ce filtre,

***Question : 40.*** *Préciser son type (passe-bas, passe-haut ou passe-bande).* **1 pt**

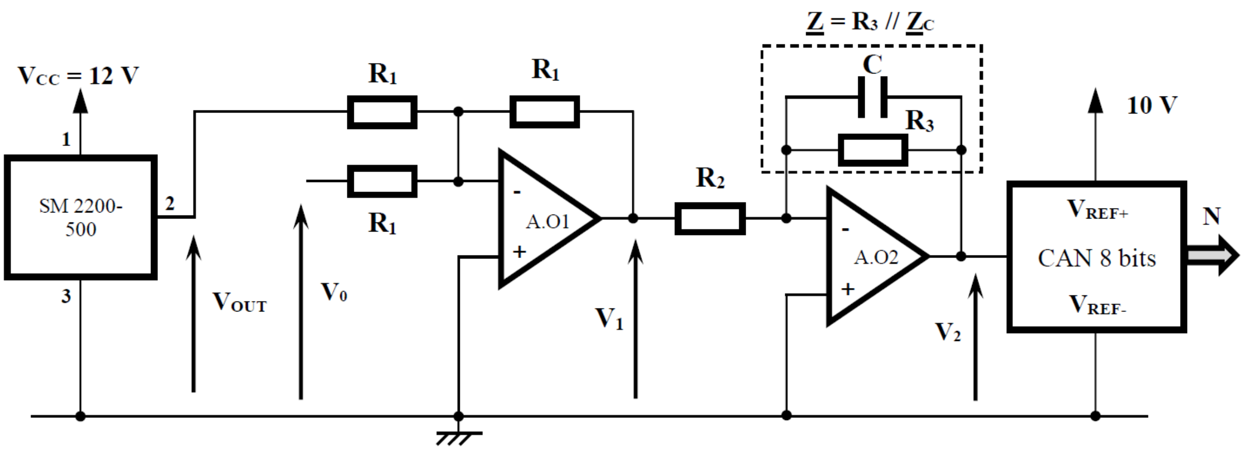
***Question : 41.*** *Relever graphiquement le gain maximal* $G_{MAX}$ *en* **dB** *du filtre, sa fréquence de coupure* $f_0$ *à* ***-3 dB*** *en* ***Hz*** *et sa pente en* ***dB/décade.*** **3 pts**

En vue de voir le comportement du filtre vis-à-vis d'un signal parasite de fréquence $f = 50$ **Hz** pouvant affecter la tension de sortie **Vs** :

***Question : 42.*** *Relever, sur la courbe, le gain* **G** *(en* **dB***) attribué à ce signal parasite. En déduire l'amplification* ***A*** *qui correspond à ce signal (on rappelle que* ***G = 20.log(A)****).* **2 pts**

……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………

**Exercice 6 : Examen national 2021, session de rattrapage**




Le montage autour de l'**AO2** permet de filtrer et d'amplifier le signal $\mathbf{V_1}$.

*Q43- Sachant que* $\underline{Z} = R_3 // \underline{Z}_C$*, montrer que* $\underline{Z} = \frac{R_3}{1+jR_3.C.\omega}$ **1 pt**

*Q44- Donner l'expression de la fonction de transfert du filtre* $\underline{A} = \frac{V_2}{V_1}$ *en fonction de* $R_2$ *et* $\underline{Z}$. **2 pts**

*Q45- Mettre l'expression de la fonction de transfert* $\underline{A}$ *sous la forme* $\underline{A} = \frac{A_{MAX}}{1+j\frac{f}{f_0}}$ *, en déduire les valeurs numériques de l'amplification maximale* $A_{MAX}$ *et de la fréquence* $f_0$*. Que représente la fréquence* $f_0$ *?* **3,5 pts**

*Q46- Calculer le gain maximal* $G_{MAX}$ *et le* ***gain*** $G_0$ *à* $f = f_0$. **1 pt**

*Q47- Tracer le diagramme asymptotique du gain (prendre* $G_{MAX}$ *= 14 dB et* $f_0 = 0,70$ *Hz). Préciser la nature du filtre (passe-bas, passe-haut, passe- bande) et donner sa bande passante.* **2 pts**

……………………………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

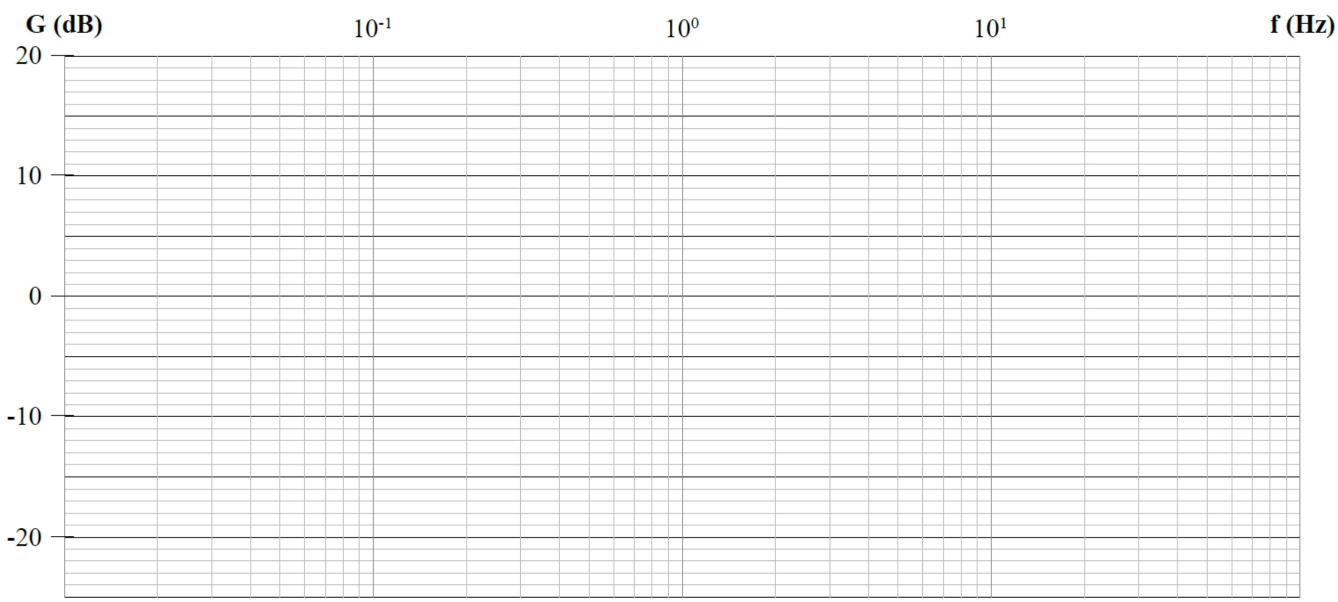
……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………




Nature du filtre : ……………………….…

Bande passante : ……………………….…