المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتعليم العالي
وتكوين الأطر
والبحث العلمي
كتابة الدولة المكلفة بالتعليم المدرسي

المركز الوطني للتقويم والامتحانات

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
-الدورة العادية 2008-
الموضوع

المـــادة:	الرياضيات	المعامل:	7
الشعـــب(ة):	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها	مدة الإنجاز:	3س

(يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة)

التمرين الأول (3 ن)

نعتبر ، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ ، النقطتين $A(0,-1,1)$ و $B(1,-1,0)$

و الفلكة (S) التي معادلتها $x^2+y^2+z^2-2x-4z+2=0$.

1,25 **1)** بين أن مركز الفلكة (S) هي النقطة $\Omega(1,0,2)$ وأن شعاعها هو $\sqrt{3}$ و تحقق من أن A تنتمي إلى (S) .

1,25 **2)** حدد مثلوث إحداثيات المتجهة $\overrightarrow{OA}\wedge\overrightarrow{OB}$ وبين أن $x+y+z=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (OAB).

0,5 **3)** بين أن المستوى (OAB) مماس للفلكة (S) في النقطة A .

التمرين الثاني (3 ن)

1 **1)** حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-6z+34=0$.

2) نعتبر ، في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\vec{e_1},\vec{e_2}\right)$ ، النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي : $a=3+5i$ و $b=3-5i$ و $c=7+3i$. ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة M بالإزاحة T ذات المتجهة $\vec{u}$ التي لحقها $4-2i$.

0,75 أ- بين أن : $z'=z+4-2i$ ثم تحقق من أن النقطة C هي صورة النقطة A بالإزاحة T .

0,5 ب- بين أن : $\frac{b-c}{a-c}=2i$.

0,75 ج- استنتج أن المثلث ABC قائم الزاوية وأن $BC=2AC$.

التمرين الثالث (3 ن)

يحتوي صندوق على ست كرات حمراء وثلاث كرات خضراء (لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس) .

1) نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من الصندوق .

1 أ- احسب احتمال الحصول على كرتين حمراوين وكرة خضراء .

1 ب- بين أن احتمال الحصول على كرة خضراء واحدة على الأقل هو $\frac{16}{21}$.

1 **2)** نعتبر في هذا السؤال التجربة التالية : نسحب عشوائيا بالتتابع وبدون إحلال ثلاث كرات من الصندوق . احسب احتمال الحصول على ثلاث كرات حمراء .

مسألة (11 ن)

I- لتكن g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بما يلي : $g(x)=x-2\ln x$.

1) أ- احسب $g'(x)$ لكل x من المجال $]0,+\infty[$. 0,5

ب- بين أن g تناقصية على $]0,2]$ وتزايدية على $[2,+\infty[$. 0,5

2) استنتج أن $g(x)>0$ لكل x من المجال $]0,+\infty[$ (لاحظ أن $g(2)>0$). 0,5

II- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بما يلي : $f(x)=x-(\ln x)^2$.

ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)$ وأول النتيجة هندسيا . 0,75

2) أ- بين أن: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(\ln x)^2}{x}=0$ (يمكنك وضع $t=\sqrt{x}$. نذكر أن : $\lim\limits_{t\to+\infty}\dfrac{\ln t}{t}=0$). 0,5

ب- استنتج أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ و أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=1$ (لاحظ أن : $f(x)=x\left(1-\dfrac{(\ln x)^2}{x}\right)$) . 0,75

ج – احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-x)$ ثم استنتج أن المنحنى (C) يقبل ، بجوار $+\infty$ ، فرعا شلجميا اتجاهه المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x$. 0,5

د- بين أن المنحنى (C) يوجد تحت المستقيم (Δ). 0,25

3) أ- بين أن : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x}$ لكل x من $]0,+\infty[$ و بين أن f تزايدية قطعا على $]0,+\infty[$. 0,75

ب- ضع جدول تغيرات الدالة f . 0,25

ج- بين أن $y=x$ هي معادلة ديكارتية لمماس المنحنى (C) في النقطة التي أفصولها 1 . 0,5

4) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في $]0,+\infty[$ وأن $\dfrac{1}{e}<\alpha<\dfrac{1}{2}$ (نقبل أن $(\ln 2)^2<\dfrac{1}{2}$). 0,5

5) أنشئ المستقيم (Δ) و المنحنى (C) في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (نقبل أن $I(e,e-1)$ نقطة انعطاف للمنحنى (C) و نأخذ $e\approx 2,7$) . 1

6) أ- بين أن $H: x\mapsto x\ln x-x$ دالة أصلية للدالة $\ln: x\mapsto \ln x$ على المجال $]0,+\infty[$ ثم بين أن: $\int_1^e \ln x\,dx=1$. 0,5

ب- باستعمال مكاملة بالأجزاء ، بين أن : $\int_1^e (\ln x)^2\,dx=e-2$. 0,75

ج- احسب مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) والمستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=e$. 0,5

III- نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0=2$ و $u_{n+1}=f(u_n)$ لكل n من $I\!N$.

0,75	**1)** بين أن $1 \leq u_n \leq 2$ لكل n من $I\!N$ (يمكنك استعمال نتيجة السؤال II-3) أ-) .
0,5	**2)** بين أن المتتالية (u_n) تناقصية.
0,75	**3)** استنتج أن (u_n) متقاربة ثم حدد نهايتها.