



الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2010
عناصر الإجابة



الصفحة
1
3

9	المعامل:	NR24	الرياضيات	المادة:
4	مدة الإنجاز:	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)		الشعب (ة) أو المسلك:

التمرين الأول (3.5 نقط)	عناصر الإجابة
(1-I)	القانون * تبادلي0.25ن القانون * تجميعي0.25ن
(2)	العنصر المحايد : $\varepsilon = e$0.25ن
(3) أ-	$I \setminus \{1\}$ جزء مستقر من $(I, *)$0.25 القانون المستخلص من *تبادلي وتجميعي ويقبل ε كعنصر محايد في $I \setminus \{1\}$0.25 جميع عناصر $I \setminus \{1\}$ تقبل مماثلا في $I \setminus \{1\}$0.25
ب-	تطبيق الخاصية المميزة لزمرة جزئية.....0.25
(4) أ-	$a * (b \times c) = (a * b) \times (a * c)$0.25
ب-	زمرة تبادلية عنصرها المحايد هو 10.25 القانون * توزيعي بالنسبة للقانون \times و $(I \setminus \{1\}, *)$ زمرة تبادلية.....0.25
(1-II)	نجد : $A^2 = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 0 \\ -4 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$0.25 و $A^3 = O$0.25
(2)	إذا كانت A تقبل مقلوبا نستنتج أن $A^2 = O$ و هذا تناقض.....0.5 ن
التمرين الثاني (3.5 نقط)	عناصر الإجابة
(1) أ-	الجزران المربعان هما $2+i$ و $-2-i$0.25
ب-	حلا المعادلة هما: $-\frac{1}{2} + i$ و $\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$0.5
(2) أ-0.25
ب-0.75
(3) أ-	نحصل على : $d = (1-i)c - \frac{3}{2} + \frac{1}{2}i$0.5

الصفحة 2 3	NR24	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2010 - عناصر الإجابة - مادة: الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)
		ب- نحصل على : $l = (1-i)c - 1 - \frac{1}{2}i$ 0.5
		ج- نحصل على : $\frac{l-c}{a-c} = i$ 0.25 ثم نستنتج أن: - المثلث ACL متساوي الساقين رأسه C 0.25 - المثلث ACL قائم الزاوية في C 0.25
		التمرين الثالث (3 نقط)
		عناصر الإجابة نجد $m \equiv 2 [5]$ أو $m \equiv 3 [5]$ 1
		2 أ- لدينا : $[p] \quad n^2 \equiv -1 \quad [p]$ إذن $n^2 \equiv (-1)^{1+2k} [p]$ 0.25
		ب- لدينا $[p] \quad n^2 + 1 \equiv [p]$ إذن : $kp - n^2 = 1$ ($\exists k \in \mathbb{Z}$) وحسب مبرهنة بوزو 0.5
		ج- حسب مبرهنة فيرما وكون : $p-1 = 2+4k$ 0.75
		د- من الأسئلة السابقة نستنتج أن : $[p] \quad -1 \equiv 1$ و p عدد أولي فردي و هذا تناقض 0.5
		التمرين الرابع (6.25 نقط)
		عناصر الإجابة 1-I $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ 0.5
		2 f تزايدية على المجال $\left[0, \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$ و تناقصية على المجال $\left[\frac{\sqrt{2}}{2}, +\infty\right]$ 0.5 جدول تغيرات f 0.25
		3 معادلة نصف المماس 0.25 إنشاء (C) 0.5
		4 نحصل على $a = 2\left(\frac{e-1}{e}\right)$ 0.25 مساحة الحيز المستوي هي : $8\left(\frac{e-1}{e}\right)cm^2$ 0.25
		1-II أ- 0.25
		ب- لدينا : $0 < x^n e^{-x^2} < x^n e^{-x}$ ($\forall x > 1$) ونحصل على $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_n(x) = 0$ 0.25
		2 f_n تزايدية على المجال $\left[0, \sqrt{\frac{n}{2}}\right]$ و تناقصية على المجال $\left[\sqrt{\frac{n}{2}}, +\infty\right]$ 0.5 جدول تغيرات f_n 0.25
		3 لدينا : $0 < f_n(0) = 0 < 1$ و $f_n(1) = \frac{4}{e} > 1$ و f_n متصلة و رتيبة قطعاً على المجال $[0, 1]$ 0.5
		4 أ- لدينا : $f_{n+1}(u_n) = 4u_n^{n+1}e^{-u_n^2} = u_n$ 0.25
		ب- لدينا : $f_{n+1}(u_n) = u_n < 1 = f_{n+1}(u_{n+1})$ و f_{n+1} و f_{n+1} تزايدية قطعاً على المجال $[0, 1]$ إذن المتتالية $(u_n)_{n \geq 2}$ تزايدية قطعاً 0.5

الصفحة 3	NR24	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2010 - عناصر الإجابة - مادة: الرياضيات -شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)
		المتتالية $(u_n)_{n \geq 2}$ تزايدية قطعا و مكبورة بالعدد 1 إذن متقاربة0.25ن
	أ-	لدينا : $0 \leq \ell \leq 1$ و $(u_n)_{n \geq 2}$ تزايدية قطعا إذن $u_n > u_2 > 0$ $(\forall n > 2)$0.25ن
	ب-	لدينا : $f_n(u_n) = 1$ تكافئ $\ln(4) + n \ln(u_n) = u_n^2$ وبما أن : $0 < u_n < 1$0.25ن
	ج-	لدينا : $(\forall n \geq 2) \quad -\frac{\ln(4)}{n} < \ln(u_n) < \frac{1}{n} - \frac{\ln(4)}{n}$ والدالة $x \rightarrow \ln(x)$ متصلة على $]0,1[$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \ell$ عندما توول n إلى $+\infty$ نحصل على $\ln(\ell) = 0$0.5ن و تقبل أية طريقة صحيحة أخرى
		التمرين الخامس (3.75 نقط) عناصر الإجابة
	1	الدالة F فردية0.25ن
	أ-0.25ن
	ب-	الدالة φ دالة أصلية للدالة $t \rightarrow \frac{1}{\ln(1+t^2)}$ على المجال $]0, +\infty[$ أو الدالة $t \rightarrow \frac{1}{\ln(1+t^2)}$ متصلة على المجال $]0, +\infty[$ والدالتين $v: x \rightarrow x$ و $u: x \rightarrow 2x$ قابلتين للاشتقاق على \mathbb{R}_+ و \mathbb{R}_+^* $v(\mathbb{R}_+^*) = \mathbb{R}_+^*$ و $u(\mathbb{R}_+^*) = \mathbb{R}_+^*$0.25ن و تقبل أية طريقة صحيحة أخرى لدينا $F'(x) = \frac{2}{\ln(1+4x^2)} - \frac{1}{\ln(1+x^2)}$0.25ن
	ج-	الدالة تناقصية قطعا على المجال $]0, \sqrt{2}[$ و تزايدية قطعا على المجال $[\sqrt{2}, +\infty[$0.5ن
	أ-	لدينا : $F(x) = \varphi(2x) - \varphi(x)$ $(\forall x > 0)$ حيث φ دالة أصلية للدالة $t \rightarrow \frac{1}{\ln(1+t^2)}$ على المجال $]0, +\infty[$ ثم نطبق مبرهنة التزايديات المنتهية0.5ن
	ب-	الدالة $t \rightarrow \frac{1}{\ln(1+t^2)}$ تناقصية قطعا على $[x, 2x]$0.5ن
	ج-	نجد : $\lim_{x \rightarrow 0^+} F(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{F(x)}{x} = 0$ و تمنح 0.25 ن لكل نهاية
	د-	تمنح 0.25 ن لكل متفاوتة لدينا $F(x) < x$ $(\forall x > \sqrt{e-1})$ و $F(x) > x$ $(\forall x < \frac{\sqrt{e-1}}{2})$ و يوجد عدد وحيد α من المجال $[\frac{\sqrt{e-1}}{2}, \sqrt{e-1}[$ بحيث $F(\alpha) = \alpha$0.25 ن