الموضوع

التمرين الأول (3 ن)

نعتبر، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، النقط $A(1,1,-1)$ و $B(0,1,-2)$ و $C(3,2,1)$ والفلكة (S) التي معادلتها : $x^2+y^2+z^2-2x-2z-1=0$

1) بين أن مركز الفلكة (S) هو النقطة $\Omega(1,0,1)$ وأن شعاعها هو $\sqrt{3}$ — 0.5

2) أ- بين أن $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=\vec{i}-\vec{k}$ وتحقق من أن $x-z-2=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC) — 0.75

ب- تحقق من أن $d(\Omega,(ABC))=\sqrt{2}$ ثم بين أن المستوى (ABC) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة (Γ) شعاعها 1 — 1

3) ليكن (Δ) المستقيم المار من النقطة Ω والعمودي على المستوى (ABC)

أ- بين أن $\begin{cases} x=1+t \\ y=0 \\ z=1-t \end{cases} \quad (t\in IR)$ تمثيل بارامتري للمستقيم (Δ) — 0.25

ب- بين أن مثلوث إحداثيات H نقطة تقاطع المستقيم (Δ) والمستوى (ABC) هو $(2,0,0)$ — 0.25

ج- استنتج مركز الدائرة (Γ) — 0.25

التمرين الثاني (3 ن)

1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-12z+61=0$ — 0.75

2) نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{e}_1,\vec{e}_2)$ ، النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي a و b و c بحيث : $a=6-5i$ و $b=4-2i$ و $c=2+i$

أ- احسب $\dfrac{a-c}{b-c}$ واستنتج أن النقط A و B و C مستقيمية . — 0.5

ب- نعتبر الإزاحة T ذات المتجهة $\vec{u}$ حيث لحق $\vec{u}$ هو $1+5i$ — 0.5

تحقق من أن لحق النقطة D صورة النقطة C بالإزاحة T هو $d=3+6i$

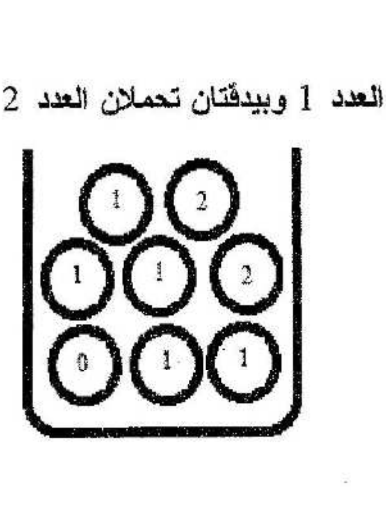
ج- بين أن : $\dfrac{d-c}{b-c}=-1+i$ و أن $\dfrac{3\pi}{4}$ عمدة للعدد العقدي $-1+i$ — 0.75

د- استنتج قياسا للزاوية الموجهة $\left(\overline{\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CD}}\right)$ — 0.5

التمرين الثالث (3 ن)

يحتوي كيس على ثماني بيدقات : بيدقة واحدة تحمل العدد 0 وخمس بيدقات تحمل العدد 1 وبيدقتان تحملان العدد 2 (لا يمكن التمييز بين البيدقات باللمس).

نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث بيدقات من الكيس .



1) ليكن A الحدث : " الحصول على ثلاث بيدقات تحمل أعدادا مختلفة مثنى مثنى " — 1

بين أن : $P(A)=\dfrac{5}{28}$

2) ليكن B الحدث : " مجموع الأعداد التي تحملها البيدقات المسحوبة يساوي 5 " — 1

بين أن : $P(B)=\dfrac{5}{56}$

3) ليكن C الحدث : " مجموع الأعداد التي تحملها البيدقات المسحوبة يساوي 4 " — 1

بين أن : $P(C)=\dfrac{3}{8}$

التمرين الرابع (3 ن)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0 = 11$ و $u_{n+1} = \frac{10}{11}u_n + \frac{12}{11}$ لكل n من $I\!N$

0.25 | 1) تحقق من أن : $u_{n+1} - 12 = \frac{10}{11}(u_n - 12)$ لكل n من $I\!N$

0.5 | 2) أ- بين بالترجع أن : $u_n < 12$ لكل n من $I\!N$

0.5 | ب- بين أن المتتالية (u_n) تزايدية قطعا .

0.25 | ج- استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة .

3) لتكن (v_n) المتتالية العددية بحيث : $v_n = u_n - 12$ لكل n من $I\!N$

0.75 | أ- باستعمال السؤال 1) بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{10}{11}$ ثم اكتب v_n بدلالة n

0.75 | ب- بين أن : $u_n = 12 - \left(\frac{10}{11}\right)^n$ لكل n من $I\!N$ ثم احسب نهاية المتتالية (u_n)

التمرين الخامس (8 ن)

I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $g(x) = x^2 - 1 + 2x^2 \ln x$

0.75 | 1) بين أن $x^2 - 1$ و $2x^2 \ln x$ لهما نفس الإشارة على المجال $]0,1[$

ثم استنتج أن $g(x) \leq 0$ لكل x من المجال $]0,1]$

0.75 | 2) بين أن $x^2 - 1$ و $2x^2 \ln x$ لهما نفس الإشارة على المجال $]1,+\infty[$

ثم استنتج أن $g(x) \geq 0$ لكل x من المجال $[1,+\infty[$

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $f(x) = (x^2 - 1)\ln x$

وليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة $3cm$) .

0.5 | 1) أ- بين أن $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x) = +\infty$ وأول هذه النتيجة هندسيا .

1 | ب- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ (يمكنك كتابة $\frac{f(x)}{x}$ على الشكل $\left(\frac{x^2-1}{x}\right)\ln x$)

واستنتج أن المنحنى (C) يقبل فرعا شلجميا بجوار $+\infty$ يتم تحديد اتجاهه .

1.25 | 2) أ- بين أن $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$ لكل x من $]0,+\infty[$ وأول هندسيا النتيجة $f'(1) = 0$

0.5 | ب- استنتج أن الدالة f تناقصية على المجال $]0,1]$ و تزايدية على المجال $[1,+\infty[$

0.5 | ج- أعط جدول تغيرات الدالة f على المجال $]0,+\infty[$ ثم بين أن $f(x) \geq 0$ لكل x من $]0,+\infty[$

1 | 3) أنشئ المنحنى (C) في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$

0.5 | 4) أ- بين أن $u : x \mapsto \frac{x^3}{3} - x$ دالة أصلية للدالة $x \mapsto x^2 - 1$ على $I\!R$

1 | ب- باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن : $\int_1^2 (x^2 - 1)\ln x \, dx = \frac{2}{9}(1 + 3\ln 2)$

0.25 | ج- احسب ب cm^2 مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) ومحور الأفاصيل والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x = 1$ و $x = 2$