المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية و التكوين المهني
الأكاديمية الجهوية للتربية و التكوين
لجهة بني ملال – خنيفرة

دورة :

المستوى: .... الشعبة: .... المسلك: ....

مادة :

خاص بكتابة الامتحان

450949

النقطة النهائية على 20: 20/20

إسم المصحح: قاسم محمد

توقيع المصحح

الملاحظات المفسرة للنقطة النهائية: عشرون

التمرين الأول:

1) أ) لنتحقق أن: $u_{n+1}-3=\frac{4(u_n-3)}{2+(3-u_n)}$:

لدينا لكل n من $\mathbb{N}$:

$$u_{n+1}-3=\frac{3+u_n}{5-u_n}-3$$
$$=\frac{3+u_n-3(5-u_n)}{5-u_n}$$
$$=\frac{3+u_n-15+3u_n}{5-u_n}$$
$$=\frac{4u_n-12}{5-u_n}$$
$$=\frac{4(u_n-3)}{2+3-u_n}$$
$$u_{n+1}-3=\frac{4(u_n-3)}{2+(3-u_n)}$$

وبالتالي: $\forall n\in\mathbb{N} : u_{n+1}-3=\frac{4(u_n-3)}{2+(3-u_n)}$

لنبين بالترجع أن: $\forall n\in\mathbb{N} : u_n<3$

التحقق: من أجل $n=0$ لدينا $u_0=2$ ومنه $u_0<3$ (لأن $2<3$)
ومنه الخاصية صحيحة من أجل أصغر عنصر
الفرضية: نفترض أن $u_n<3$ ونبين أن $u_{n+1}<3$:

لدينا حسب ماسبق: $u_{n+1}-3=\frac{4(u_n-3)}{2+(3-u_n)}$

وبما أن $u_n<3$ فإن $3-u_n>0$ أي أن $2+(3-u_n)>2>0$

لدينا $\vec{AB}\begin{pmatrix}x_B-x_A\\y_B-y_A\\z_B-z_A\end{pmatrix}$ و $\vec{AC}\begin{pmatrix}x_C-x_A\\y_C-y_A\\z_C-z_A\end{pmatrix}$

ومنه $\vec{AB}\begin{pmatrix}3-2\\1-1\\1-3\end{pmatrix}$ و $\vec{AC}\begin{pmatrix}2-2\\2-1\\1-3\end{pmatrix}$

$\Rightarrow \vec{AB}\begin{pmatrix}1\\0\\-2\end{pmatrix}$ و $\vec{AC}\begin{pmatrix}0\\1\\-2\end{pmatrix}$

ومنه
$$\vec{AB}\wedge\vec{AC}=\begin{vmatrix}0&1\\-2&-2\end{vmatrix}\vec{i}-\begin{vmatrix}1&0\\-2&-2\end{vmatrix}\vec{j}+\begin{vmatrix}1&0\\0&1\end{vmatrix}\vec{k}$$
$$=[-2\times0-(-2\times1)]\vec{i}-(-2\times1-(0\times-2))\vec{j}+(1\times1-0\times0)\vec{k}$$
$$=2\vec{i}+2\vec{j}+\vec{k}$$

ومنه $\vec{AB}\wedge\vec{AC}=2\vec{i}+2\vec{j}+\vec{k}$

ب- استنتاج المعادلة الديكارتية للمستوى (ABC):

بما أن $\vec{AB}\wedge\vec{AC}\neq\vec{0}$ فالنقط A، B، C غير مستقيمية
ومنه فهي تحدد مستوى متجهته المنظمية هي $\vec{AB}\wedge\vec{AC}$
وبالتالي:

$$M\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}\in(ABC)\ \left(A\begin{pmatrix}2\\1\\3\end{pmatrix};\ \vec{AB}\wedge\vec{AC}(2,2,1)\right)\Leftrightarrow \vec{AM}\cdot(\vec{AB}\wedge\vec{AC})=0$$
$$\Leftrightarrow 2(x-2)+2(y-1)+(z-3)=0$$
$$\Leftrightarrow 2x+2y+z-4-2-3=0$$
$$\Leftrightarrow 2x+2y+z-9=0$$

وبالتالي: $(ABC): 2x+2y+z-9=0$

2) أ- لنبين أن مركز الفلكة (S) هو النقطة $\Omega(1,-1,0)$ وأن شعاعها هو 6:

لدينا: $(S): x^2+y^2+z^2-2x+2y-34=0 \Leftrightarrow x^2-2x+y^2+2y+z^2=34$
$$\Leftrightarrow (x-1)^2-1+(y+1)^2-1+(z-0)^2=34$$
$$\Leftrightarrow (x-1)^2+(y+1)^2+(z-0)^2=34+1+1=36$$
$$\Leftrightarrow (x-1)^2+(y+1)^2+(z-0)^2=6^2$$

ومنه (S) فلكة مركزها $\Omega(1,-1,0)$ وشعاعها $R=6$

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation Professionnelle
Académie Régionale d'Education et de Formation
Région benimellal - khénifra

EXAMEN DU BACCALAUREAT

SESSION DE : ....

Note définitive sur 20
Nom du correcteur
Signature du correcteur

Niveau : .... Série : .... Filière : ....

COMPOSITION DE : ....

Appréciations expliquant la note chiffrée

Réservé au Secrétariat

ومنه إشارة $U_{n+1}-3$ هي إشارة $4(U_n-3)$:

ولدينا حسب فرضية الترجع $U_n<3$ أي $U_n-3<0$ ومنه $4(U_n-3)<0$

وبالتالي $U_{n+1}-3=\frac{4(U_n-3)}{2+(3-U_n)}<0$

إذن ومنه $U_{n+1}<3$ $\quad \forall n\in\mathbb{N}: U_n<3$

0,75

2) أ- أبين أن (V_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$:

لدينا لكل n من $\mathbb{N}$:

$$V_{n+1}=\frac{U_{n+1}-1}{3-U_{n+1}}=\frac{\frac{3+U_n}{5-U_n}-1}{3-\frac{3+U_n}{5-U_n}}=\frac{\frac{3+U_n-(5-U_n)}{5-U_n}}{\frac{3(5-U_n)-(3+U_n)}{5-U_n}}=\frac{3-5+2U_n}{15-3-3U_n-U_n}=\frac{2U_n-2}{12-4U_n}=\frac{2(U_n-1)}{4(3-U_n)}=\frac{1}{2}V_n$$

(لأن $V_n=\frac{U_n-1}{3-U_n}$)

0,5

ومنه فإن (V_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ وحدها الأول $V_0=\frac{U_0-1}{3-U_0}$

$V_0=\frac{2-1}{3-2}=1$

أستنتج أن: $V_n=\left(\frac{1}{2}\right)^n$

بما أن (V_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ وحدها الأول $V_0=1$ فإن

$$V_n=V_0\times\left(\frac{1}{2}\right)^{n-0}=1\times\left(\frac{1}{2}\right)^n$$

وبالتالي $\forall n\in\mathbb{N}: V_n=\left(\frac{1}{2}\right)^n$

0,25

ب- أبين أن $U_n=\frac{1+3V_n}{1+V_n}$ لكل n من $\mathbb{N}$ ثم أكتب U_n بدلالة n

لدينا $V_n=\frac{U_n-1}{3-U_n}$

$$\Rightarrow V_n(3-U_n)=U_n-1$$
$$\Rightarrow 3V_n-V_nU_n=U_n-1$$
$$\Rightarrow 3V_n+1=U_n+V_nU_n$$
$$\Rightarrow 3V_n+1=U_n(1+V_n)$$
$$\Rightarrow \frac{3V_n+1}{1+V_n}=U_n$$

إذن $\forall n\in\mathbb{N}: U_n=\frac{1+3V_n}{1+V_n}$

0,5

وبما أن $V_n=\left(\frac{1}{2}\right)^n$ فإن $\forall n\in\mathbb{N}: U_n=\frac{1+3\left(\frac{1}{2}\right)^n}{1+\left(\frac{1}{2}\right)^n}$

ج- أحدد نهاية (U_n) :

$$\lim_{+\infty} U_n=\lim_{+\infty}\left(\frac{1+3\left(\frac{1}{2}\right)^n}{1+\left(\frac{1}{2}\right)^n}\right)=\frac{1+3\times 0}{1+0}$$

(لأن $\frac{1}{2}\in]-1,1[$)

$$\boxed{\lim U_n=1}$$

0,5

التمرين الثاني:

1) أ- أبين أن $\vec{AB}\wedge\vec{AC}=2\vec{i}+2\vec{j}+\vec{k}$

وزارة التربية الوطنية و التكوين المهني
الأكاديمية الجهوية للتربية و التكوين
لجهة بني ملال – خنيفرة

دورة : ....

المستوى : .... الشعبة : .... المسلك : ....

مادة : ....

ب- أبين أن $d(\Omega,(ABC)) = 3$ ثم استنتج أن (ABC) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة (Γ) :

$$d(\Omega,(ABC)) = \frac{|2\times1+2\times(-1)+0-9|}{\sqrt{2^2+2^2+1^2}} = \frac{|2-2-9|}{\sqrt{4+4+1}} = \frac{9}{\sqrt{9}} = \frac{9}{3} = 3$$

إذن $d(\Omega,(ABC)) = 3$

وبما أن $d(\Omega,(ABC)) = 3 < R = 6$ أي $d(\Omega,(ABC)) < R$ فإن

المستوى (ABC) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة (Γ) شعاعها $r = \sqrt{R^2 - d^2}$

أي $r = \sqrt{36-9} = \sqrt{27}$

3) أ- أحدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (Δ) المار من النقطة Ω و العمودي على المستوى (ABC) :

لدينا (Δ) عمودي على (ABC) $\boxed{(\Delta)\perp(ABC)}$ ومنه ف $\vec{n}_{ABC} = \vec{AB}\wedge\vec{AC}\begin{pmatrix}2\\2\\1\end{pmatrix}$

متجهة منظمية على (ABC) فهي موجهة ل (Δ) ومنه

(Δ) هو المستقيم المعرف ب $\Delta(\Omega, \vec{n}_{ABC})$

$$(\Delta) : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 2t \\ z = 0 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

ب- أحدد عمدة $\bar{u}$:

لدينا $\arg u \equiv \frac{\pi}{4} [2\pi]$ و لدينا $\arg \bar{u} \equiv -\arg u [2\pi]$

وبالتالي: $\arg \bar{u} \equiv -\frac{\pi}{4} [2\pi]$

ج- أتحقق أن $a - w = \bar{u}$ ثم استنتج أن $\Omega A = \Omega B$ و أن $\arg\left(\frac{b-w}{a-w}\right) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$

لدينا $a - w = 5+2i - (2+5i)$
$= 5+2i-2-5i$

إذن $a - w = 3-3i$ (1)

ولدينا $u = 3+3i \Rightarrow \bar{u} = 3-3i$ (2)

ومنه ومن (1) و (2) : $\boxed{a - w = \bar{u}}$

لدينا $u = b - w = 3+3i$

ومنه $|u| = \sqrt{3^2+3^2} = 3\sqrt{2}$ (II)

ولدينا $\bar{u} = a - w = 3-3i$

ومنه $|\bar{u}| = \sqrt{3^2+3^2} = 3\sqrt{2}$ (I)

إذن ومنه (I) و (II) فإن $|u| = |\bar{u}|$

إذن $|b-w| = |a-w|$

(لأن $\bar{u} = a-w$ و $u = b-w$)

إذن $|b-w| = |a-w| \Leftrightarrow \Omega B = \Omega A$

وبالتالي: $\boxed{\Omega B = \Omega A}$

ولدينا $\arg \bar{u} \equiv -\frac{\pi}{4} [2\pi]$ و $\arg u \equiv \frac{\pi}{4} [2\pi]$

ومنه $\arg(u) - \arg(\bar{u}) \equiv \frac{\pi}{4} - \left(-\frac{\pi}{4}\right) [2\pi]$

$\Rightarrow \arg(u) - \arg(\bar{u}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$ (III)

ونعلم أن $\arg\left(\frac{a}{b}\right) \equiv \arg a - \arg b [2\pi]$ ومنه ومن (III)

$\arg\left(\frac{u}{\bar{u}}\right) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$

ومع $u = b-w$ و $\bar{u} = a-w$ فإن $\arg\left(\frac{b-w}{a-w}\right) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$

التمرين الثالث

1) أحل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-4z+29=0$:

ليكن z من $\mathbb{C}$

$z^2-4z+29=0$

$\Leftrightarrow (z-2)^2-4+29=0$

$\Leftrightarrow (z-2)^2+25=0$

$\Leftrightarrow (z-2)^2-(5i)^2=0$

$\Leftrightarrow (z-2-5i)(z-2+5i)=0$

$\Leftrightarrow z-2-5i=0$ أو $z-2+5i=0$

$\Leftrightarrow z=2+5i$ أو $z=2-5i$

وبالتالي:

$$S=\{2+5i,\ 2-5i\}$$

2) أ- أتحقق أن $u=3+3i$ ثم أبين أن $\arg u \equiv \frac{\pi}{4}[2\pi]$

لدينا: $u=b-w \Rightarrow u=5+8i-(2+5i)$

$\Rightarrow u=5+8i-2-5i$

$\Rightarrow u=3+3i$

ومنه $u=3+3i \Rightarrow |u|=\sqrt{3^2+3^2}$

$=\sqrt{9+9}$

$=\sqrt{18}$

$=\sqrt{9\times2}$

$|u|=3\sqrt2$

ومنه

$u=3\sqrt2\left(\frac{3}{3\sqrt2}+\frac{3}{3\sqrt2}i\right)$

$=3\sqrt2\left(\frac{1}{\sqrt2}+\frac{1}{\sqrt2}i\right)$

$=3\sqrt2\left(\frac{\sqrt2}{2}+\frac{\sqrt2}{2}i\right)$

$=3\sqrt2\left(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)$

$=\left[3\sqrt2,\ \frac{\pi}{4}\right]$

ومنه $\arg u \equiv \frac{\pi}{4}[2\pi]$

وبالتالي: $(\Delta): \begin{cases} x=1+2t \\ y=-1+2t \\ z=t \end{cases} \ (t\in\mathbb{R})$ تمثيل بارامتري للمستقيم (Δ)

ب- أبين أن مركز الدائرة (Γ) هو النقطة B :

لتكن H مركز الدائرة (Γ) ومنه فهي المسقط العمودي لـ Ω على (ABC) ومنه فالمستقيم (ΩH) العمودي على (ABC) المار من Ω هو (Δ).

إذن:

$H\in((\Delta)\cap(ABC)) \Leftrightarrow \begin{cases} x_H=1+2t \\ y_H=-1+2t \\ z_H=t \\ 2x_H+2y_H+z_H-9=0 \quad (4) \end{cases}$

نعوض x_H ، y_H ، z_H بتعبيرهما في المعادلة (4) ومنه

$H\in((\Delta)\cap(ABC)) \Leftrightarrow 2(1+2t)+2(-1+2t)+t-9=0$

$\Leftrightarrow 2+4t-2+4t+t-9=0$

$\Leftrightarrow 9t-9=0$

$\Leftrightarrow t=1$

ومنه $H: \begin{cases} x_H=1+2\times1 \\ y_H=-1+2\times1 \\ z_H=1 \end{cases} \Rightarrow H(3,1,1)$

ومنه ومع $B(3,1,1)$ فإن $H=B$ ومنه B مركز الدائرة (Γ)

وبالتالي $(\Gamma)\left(B(3,1,1),\ r=\sqrt{27}\right)$

Royaume du Maroc

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation Professionnelle
Académie Régionale d'Education et de Formation
Région benimellal - khénifra

EXAMEN DU BACCALAUREAT

SESSION DE : ....

Note définitive sur 20 | Nom du correcteur | Signature du correcteur

Niveau : .... Série : .... Filière : ....

Réservé au Secrétariat

COMPOSITION DE : ....

Appréciations expliquant la note chiffrée

2) أ- أحدد مجموعة القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X :

الإمكانية	سحب كرتين حمراوين	سحب كرة حمراء واحدة	عدم سحب أية كرة حمراء
القيمة	2	3	4

0,1

ومنه $X(\Omega)=\{2;3,4\}$

ب- أبين أن $p(X=3)=\frac{8}{15}$ وأحدد قانون احتمال المتغير العشوائي :

$\boxed{X=3}$ — $\boxed{RV}$

V: كرة خضراء
R: كرة حمراء

$$Card(X=3)=C_4^1\times C_6^1 = 4\times 6 = 24$$

ومنه
$$p(X=3)=\frac{Card(X=3)}{Card\,\Omega} = \frac{24}{45} = \frac{4\times6}{5\times9} = \frac{4\times2}{5\times3} = \frac{8}{15}$$

$$p(X=3)=\frac{8}{15}$$

$\boxed{X=2}$ — $\boxed{RR}$

$$Card(X=2)=Card\,A$$

ومنه $p(X=2)=p(A)=\frac{2}{15}$

$\boxed{X=4}$ — $\boxed{VV}$

$$Card(X=4)=C_6^2 = \frac{A_6^2}{2!} = \frac{6\times5}{2\times1} = 3\times5$$

$$Card(X=4)=15$$

ومنه
$$p(X=4)=\frac{Card(X=4)}{card\,\Omega} = \frac{3\times5}{5\times9}$$

$$p(X=4)=\frac{1}{3}$$

وبالتالي $p(X=4)=\frac{1}{3}=\frac{5}{15}$

1,5

قانون احتمال المتغير العشوائي :

$X=x_i$	$X=2$	$X=3$	$X=4$	المجموع
$p(X=x_i)$	$\frac{2}{15}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{5}{15}$	1

قانون احتمال المتغير العشوائي.

مسألة :

I) لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$: $f(x)=2x-2+e^{2x}-4e^{x}$

1) أ- أبين أن $\lim\limits_{-\infty} f(x)=-\infty$:

$$\lim_{-\infty} f(x)=\lim_{-\infty}\left(2x-2+e^{2x}-4e^{x}\right) = -\infty-2+0-0 = -\infty$$

لأن $\left(\lim\limits_{-\infty} e^{2x}=\lim\limits_{-\infty} e^{x}=0\right.$ و $\lim\limits_{-\infty} 2x=-\infty$

0,25

د- أحدد صورة A بالدوران R:

ليكن R الدوران الذي مركزه Ω و زاويته $\frac{\pi}{2}$ ومنه $R(\Omega, \frac{\pi}{2})$

و $M'(z')$ صورة A بالدوران R ومنه $R(A) = M'(z') \iff \begin{cases} \Omega A = \Omega M' \\ \arg\left(\frac{z'-\omega}{a-\omega}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi] \end{cases}$

ومنه خلال السؤال (2) ج- لدينا $\Omega A = \Omega B$ و $\arg\left(\frac{b-\omega}{a-\omega}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$

وبما أن $\Omega A = \Omega M'$ و $\arg\left(\frac{z'-\omega}{a-\omega}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$ فإن $z' = b$

ومنه النقطة $M'(z')$ هي النقطة $B(b)$

وبالتالي $R(A) = B$

0,5

التمرين الرابع:

4R و 6V

U

1) السحب العشوائي و الآني لكرتين من أصل 10

ومنه عدد الإمكانية فهي تأليفة ل 2 من أصل 10.

إذن $Card\,\Omega = C_{10}^{2} = \frac{A_{10}^{2}}{2!} = \frac{10\times 9}{2\times 1} = 5\times 9 = 45$

لأبين أن $p(A) = \frac{2}{15}$:

ليكن A : حدث الحصول على الكرتان المسحوبتان حمراوان.

$Card\,A = C_4^2 = \frac{A_4^2}{2!} = \frac{4\times 3}{2\times 1} = 2\times 3 = 6$

$p(A) = \frac{Card\,A}{Card\,\Omega} = \frac{6}{45} = \frac{2\times 3}{5\times 9} = \frac{2}{5\times 3} = \frac{2}{15}$

A ← RR

R : كرة بلون أحمر

1

إذن $\lim\limits_{-\infty} f(x) = -\infty$

ب- أبين أن (D) الذي معادلته $y = 2x-2$ مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$

$\lim\limits_{-\infty}[f(x)-y] = \lim\limits_{-\infty}\left[2x-2+e^{2x}-4e^{x}-(2x-2)\right]$

$= \lim\limits_{-\infty}\left[e^{2x}-4e^{x}\right]$

$= 0-4\times 0$

$= 0$

(لأن: $\lim\limits_{-\infty} e^{2x} = \lim\limits_{-\infty} e^{x} = 0$)

0,5

ومنه وبما أن $\lim\limits_{-\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim\limits_{-\infty}(f(x)-(2x-2)) = 0$ $\xrightarrow{\text{التأويل}}$ (C_f) يقبل مقاربا مائلا (D) معادلته $y = 2x-2$ بجوار $-\infty$ المنحنى

2) أ- أبين أن $\lim\limits_{+\infty} f(x) = +\infty$:

$\lim\limits_{+\infty} f(x) = \lim\limits_{+\infty}\left(2x-2+e^{2x}-4e^{x}\right)$

$= \lim\limits_{+\infty}\left((e^{x})^2-2\times 2e^{x}+4-6+2x\right)$

$= \lim\limits_{+\infty}\left[(e^{x}-2)^2-6+2x\right]$

$= (+\infty)+(+\infty)$

$= +\infty$

(لأن: $\lim\limits_{+\infty} e^{x}-2 = +\infty \Rightarrow \lim\limits_{+\infty}(e^{x}-2)^2 = +\infty$ و $\lim\limits_{+\infty} 2x = +\infty$)

و $\lim\limits_{+\infty} f(x) = +\infty$

0,5

ب- أبين أن $\lim\limits_{+\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$:

$\lim\limits_{+\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim\limits_{+\infty} \frac{2x-2+e^{2x}-4e^{x}}{x}$

$= \lim\limits_{+\infty} \frac{e^{x}\left(-4+e^{x}-\frac{2}{e^{x}}+\frac{2x}{e^{x}}\right)}{x}$

$= \lim\limits_{+\infty} \frac{e^{x}}{x}\times\left(-4+e^{x}-\frac{2}{e^{x}}+\frac{2x}{e^{x}}\right)$

$= "+\infty" \times "+\infty"$

$= +\infty$

($\lim\limits_{+\infty} e^{x}-4 = +\infty$; $\lim\limits_{+\infty} e^{x} = +\infty \Rightarrow \lim\limits_{+\infty} \frac{1}{e^{x}} = 0$; $\lim\limits_{+\infty} \frac{e^{x}}{x} = +\infty \Rightarrow \lim\limits_{+\infty} \frac{x}{e^{x}} = 0$)

Royaume du Maroc

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation Professionnelle
Académie Régionale d'Education et de Formation
Région benimellal - khénifra

EXAMEN DU BACCALAUREAT

SESSION DE : ....

Note définitive sur 20
Nom du correcteur
Signature du correcteur

Niveau : .... Série : .... Filière : ....

COMPOSITION DE : ....

Appréciations expliquant la note chiffrée

Réservé au Secrétariat

ج- أبين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α من $]1;\ln 4[$ بحيث $f(\alpha)=0$

لدينا $x \mapsto 2x$ متصلة على $\mathbb{R}$ وخاصة على $]1;\ln 4[$ ①

و $x \mapsto e^{2x}$ متصلة على $\mathbb{R}$ وخاصة على $]1;\ln 4[$ ②

$x \mapsto 4e^{x}$ متصلة على $\mathbb{R}$ وخاصة على $]1;\ln 4[$ ③

ومنه ① و ② و ③ فإن $f: x \mapsto 2x-2+e^{2x}-4e^{x}$ متصلة على $]1;\ln 4[$ كمجموع دوال متصلة.

ومنه

$$\left.\begin{array}{l} f \text{ متصلة على }]1;\ln 4[\\ f \text{ تزايدية على }]1;\ln 4[\\ f(1)\times f(\ln 4) = (e^2-4e)\times(2\ln 4-2) \\ f(1)\times f(\ln 4) = -3{,}88\times 0{,}77 < 0 \end{array}\right\} \xrightarrow[\text{القيم الوسيطية}]{\text{حسب مبرهنة}} \exists!\,\alpha \in]1;\ln 4[\;/\; f(\alpha)=0$$

ومنه يوجد عدد حقيقي وحيد α من $]1;\ln 4[$ بحيث $f(\alpha)=0$.

0,75

4) أ- لندرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (D) :

$$f(x)-y = 2x-2+e^{2x}-4e^{x}-2x+2$$
$$= e^{2x}-4e^{x}$$
$$f(x)-y = e^{x}(e^{x}-4)$$

وبما أن $\forall x\in\mathbb{R}: e^{x}>0$ فإن إشارة $f(x)-y$ هي إشارة $e^{x}-4$.

$$f(x)-y=0 \iff e^{x}-4=0$$
$$\iff e^{x}=4$$
$$\iff x=\ln 4$$

ومنه

x	$-\infty$	$\ln 4$	$+\infty$
$f(x)-y$	$-$	0	$+$
الوضعية	(C_f) تحت المستقيم (D) ذي المعادلة $y=2x-2$		(C_f) فوق المستقيم (D) ذي المعادلة $y=2x-2$

(C_f) يقطع (D) في النقطة $A(\ln 4, \ln(4)\cdot 2)$

0,5

ب- أبين أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف زوج إحداثيتيها هو $(0,-5)$

لدينا $f'(x)=2(e^{x}-1)^2$ ومنه $f''(x)=2\times 2(e^{x}-1)'(e^{x}-1)$

$$f''(x)=4e^{x}(e^{x}-1)$$

وبما أن $\forall x\in\mathbb{R}: 4e^{x}>0$ فإن إشارة $f''(x)$ هي إشارة $e^{x}-1$

$$f''(x)=0 \iff e^{x}=1$$
$$\iff x=0$$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f''(x)$	$-$	0	$+$
التقعر	(C_f) مقعر	$I(0,f(0))$ نقطة انعطاف	(C_f) محدب

$$f(0)=0-2+1-4=-5$$

ومنه (C_f) يقبل نقطة انعطاف زوج إحداثيتيها $I(0,-5)$

0,5

ج- إنشاء (C_f) :

امتحان شهادة البكالوريا

دورة : ....

وزارة التربية الوطنية و التكوين المهني
الأكاديمية الجهوية للتربية و التكوين
لجهة بني ملال – خنيفرة

خاص بكتابة الامتحان

النقطة النهائية على 20

إسم المصحح

توقيع المصحح

المستوى : .... الشعبة : .... المسلك : ....

مادة : ....

الملاحظات المفسرة للنقطة النهائية

$$\begin{cases} \lim\limits_{+\infty} f(x) = +\infty \\ \lim\limits_{+\infty} \dfrac{f(x)}{x} = +\infty \end{cases} \xrightarrow[\text{الهندسي}]{\text{التأويل}}$$ (C_f) يقبل فرعا شلجميا في اتجاه محور الأراتيب بجوار $+\infty$.

0,5

3) أ- أثبت أن لكل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = 2(e^x-1)^2$

لدينا x من $\mathbb{R}$ ،

$$f'(x) = (2x-2+e^{2x}-4e^x)'$$
$$= 2+0+2e^{2x}-4e^x$$
$$= 2(e^x)^2-4e^x+2$$
$$= 2((e^x)^2-2e^x+1)$$
$$= 2(e^x-1)^2$$

0,5

ب- جدول التغيرات :

لندرس إشارة $f'(x)$:

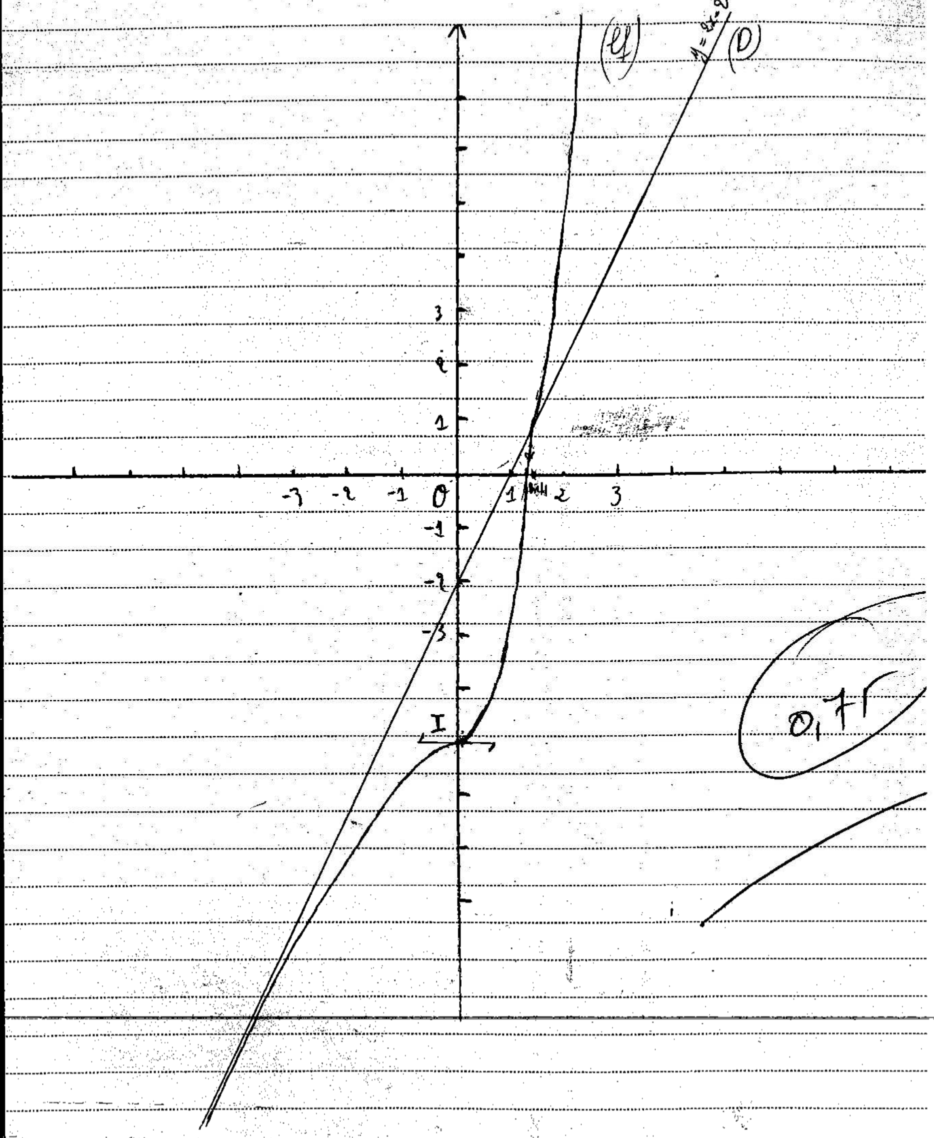
لدينا $\forall x\in\mathbb{R} : (e^x-1)^2 \geq 0 \Rightarrow 2(e^x-1)^2 \geq 0$

ومنه $\forall x\in\mathbb{R} : f'(x) \geq 0$

وبالتالي f تزايدية على $\mathbb{R}$.

0,25

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	
f	$-\infty$	$\nearrow$			$+\infty$



0,75

دورة : ....

المستوى : .... الشعبة : .... المسلك : ....

مادة : ....

الملاحظات المفسرة للنقطة النهائية

النقطة النهائية على 20

إسم المصحح

توقيع المصحح

وزارة التربية الوطنية و التكوين المهني
الأكاديمية الجهوية للتربية و التكوين
لجهة بني ملال - خنيفرة

خاص بكتابة الامتحان

5) أ. أبين أن: $\int_0^{\ln 4} (e^{2x} - 4e^x)\,dx = \frac{-9}{2}$

$\int_0^{\ln 4} (e^{2x} - 4e^x)\,dx = \int_0^{\ln 4} e^{2x} - 4\int_0^{\ln 4} e^x\,dx$

$= \left[\frac{1}{2}e^{2x}\right]_0^{\ln 4} - 4\left[e^x\right]_0^{\ln 4}$

$= \frac{1}{2}\left(e^{2\ln 4} - e^0\right) - 4\left(e^{\ln 4} - e^0\right)$

$= \frac{1}{2}(16 - 1) - 4\times(4 - 1)$

$= \frac{15}{2} - 12$

$= \frac{15 - 12\times 2}{2}$

$= \frac{-9}{2}$

ومنه $\int_0^{\ln 4} (e^{2x} - 4e^x)\,dx = \frac{-9}{2}$

0,5

ب- حساب المساحة:

$A_f = \int_0^{\ln 4} |f(x) - y|\,dx \ u.a$

$= \int_0^{\ln 4} (y - f(x))\,dx \ u.a$ (لأن $f(x) - y \leq 0$ على $[0, \ln 4]$)

$= \int_0^{\ln 4} -e^{2x} + 4e^x\,dx \ u.a$

$= \int_0^{\ln 4} -(e^{2x} - 4e^x)\,dx \ u.a$

ومع $\int_0^{\ln 4} e^{2x} - 4x = \frac{-9}{2}$ فإن :

0,5

$\lim_{+\infty} h(x) = \lim_{+\infty} \ln(e^{2x} - 4e^x)$

$= \lim_{+\infty} \left(\ln\left(e^x(e^x - 4)\right)\right)$

$= +\infty$

(لأن: $\lim_{+\infty} e^x - 4 = +\infty$ و $\lim_{+\infty} e^x = +\infty$ إذن $\lim_{+\infty} e^x(e^x - 4) = +\infty$ ومنه $\lim_{+\infty} \ln(e^x(e^x - 4)) = +\infty$)

0,75

وبالتالي فإن h^{-1} معرفة على $J =]-\infty; +\infty[$

ب- التحقق:

$h(\ln 5) = \ln\left(e^{2\ln 5} - 4e^{\ln 5}\right)$

$= \ln(25 - 4\times 5)$

$= \ln(25 - 20)$

$= \ln 5$

h قابلة للاشتقاق على $[\ln 4; +\infty[$ و خاصة في $\ln 5$
$h'(\ln 5) = 6 \neq 0$ $h(\ln 5) = \ln 5 \in]-\infty; +\infty[$

$\Longrightarrow \left(h^{-1}\right)'_{(\ln 5)} = \frac{1}{h'(\ln 5)}$

$= \frac{1}{6}$

$h'(\ln 5) = \frac{2e^{2\ln 5} - 4e^{\ln 5}}{e^{2\ln 5} - 4e^{\ln 5}}$

$= \frac{2\times 25 - 4\times 5}{25 - 4\times 5}$

$= \frac{30}{5} = 6$

ومنه $\left(h^{-1}\right)'_{(\ln 5)} = \frac{1}{6}$

0,75

يمنع على المترشح أن يمضي ورقته, أو يجعل أية علامة تبين مصدر الورقة

Royaume du Maroc

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation Professionnelle
Académie Régionale d'Education et de Formation
Région benimellal - khénifra

EXAMEN DU BACCALAUREAT

SESSION DE : ....

Niveau : .... Série : .... Filière : ....

COMPOSITION DE : ....

Note définitive sur 20
Nom du correcteur
Signature du correcteur

Appréciations expliquant la note chiffrée

Réservé au Secrétariat

$A_f = \dots \times \frac{9}{2} \quad 1\times 1\,cm^2$

$A_f = \frac{9}{2}\,cm^2$

II) 1 - أ) حل المعادلة التفاضلية: $(E): y''-3y'+2y=0$

لدينا معادلة مميزة المعادلة (E) هي: $r^2-3r+2=0$

ومنه مميزها: $\Delta = 9-4\times 2 = 1 > 0$: المعادلة تقبل حلين

ومنه $r_1 = \frac{3-1}{2}$ و $r_2 = \frac{3+1}{2}$

$r_1 = 1$ و $r_2 = 2$

ومنه حلول المعادلة (E) هي: $\alpha e^{x} + \beta e^{2x}$, $(\alpha,\beta)\in\mathbb{R}^2$

$S = \{\alpha e^{x} + \beta e^{2x}\}$

ب - أحدد الحل g للمعادلة (E):

$g = \alpha e^{x} + \beta e^{2x}$

$\Rightarrow g' = \alpha e^{x} + 2\beta e^{2x}$

ونعلم $g'(0) = -2$, $g(0) = -3$

إذن:
$$\begin{cases} g'(0) = -2 = \alpha + 2\beta & (I) \\ g(0) = -3 = \alpha + \beta & (II) \end{cases}$$

0,5

0,5

$$\Rightarrow (I)-(II) \begin{cases} \alpha + 2\beta - \alpha - \beta = -2+3 \\ \alpha + \beta = -3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \beta = 1 \\ \alpha = -3-\beta = -4 \end{cases}$$

ومنه الحل g هو: $g(x) = -4e^{x} + e^{2x}$

2) أ -

لدينا: $\forall x \in]\ln 4; +\infty[: e^{2x} - 4e^{x} = f(x) - y$

$\Rightarrow \forall x \in]\ln 4; +\infty[: e^{2x} - 4e^{x} > 0 \quad (I)$

وبما أن $x \mapsto e^{2x} - 4e^{x}$ متصلة على $\mathbb{R}$ و خاصة على $]\ln 4; +\infty[$

و $x \mapsto \ln x$ متصلة على $]\ln 4; +\infty[$ (لأنها متصلة على $]0;+\infty[$)

و $\forall x \in]\ln 4; +\infty[: \ln(x) > 0$

ومنه $h = \ln(e^{2x} - 4e^{x})$ متصلة على $]\ln 4; +\infty[$ كمركب دالتين متصلتين.

ولدينا $\ln(x)$ دالة تزايدية قطعا و $e^{2x}-4e^{x} > 0$ (I)

فإن الدالة $\ln(e^{2x} - 4e^{x})$ دالة تزايدية على $]\ln 4; +\infty[$

$$\left.\begin{array}{l} h \text{ تزايدية قطعا على }]\ln 4;+\infty[\\ h \text{ متصلة على }]\ln 4;+\infty[\end{array}\right\} \Rightarrow h \text{ تقبل دالة عكسية } h^{-1} \text{ معرفة على } J = f(]\ln 4;+\infty[)$$

$J =]\lim_{\ln 4^+} f(x); \lim_{+\infty} f(x)[=$

x	$-\infty$		$\ln 4$		$+\infty$
$e^{2x}-4e^{x}$		$-$	0	$+$	

$\lim_{\ln 4^+} e^{2x} - 4e^{x} = 0^+$

ومنه $\lim_{\ln 4^+} \ln(e^{2x} - 4e^{x}) = -\infty$