المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي

EXAMEN DU BACCALLAUREAT

1520

Série ou Filière : .... Niveau : ....

Matière : ....

Note définitive sur 20: 19,10

Appréciations expliquant la note chiffrée :

RESERVE AU SECRETARIAT

541251

NOM DU CORRECTEUR ET SIGNATURE : KHATIO

Exercice 1

1)- $u_1 = u_{0+1} = \dfrac{2 \cdot u_0}{2u_0+5} = \dfrac{2 \cdot (\frac{3}{2})}{2 \cdot \frac{3}{2} + 5} = \dfrac{3}{3+5} = \dfrac{3}{8}$ 0,25

2)- Démonstration par récurrence

Pour $n=0$, On a $u_0 = \frac{3}{2}$ et $\frac{3}{2} > 0$: vrai

Supposons que $u_n > 0$ et montrons que $u_{n+1} > 0$

On a $u_{n+1} = \dfrac{2u_n}{2u_n+5} - 0 = \dfrac{2u_n}{2u_n+5}$

D'après l'hypothèse de récurrence on a : 0,5

$u_n > 0 \iff 2u_n > 0$ et $2u_n + 5 > 5$

donc $u_{n+1} > 0$ ainsi $u_n > 0 \ \forall n \in \mathbb{N}$

3)-a- d'après la question 2 : on a $u_{n+1} > 0$

On a $u_{n+1} - \frac{2}{5} u_n = \dfrac{2u_n}{2u_n+5} - \frac{2}{5} u_n = \dfrac{10u_n - 2u_n(2u_n+5)}{5(2u_n+5)}$

$= \dfrac{10u_n - 4u_n^2 - 10u_n}{5(2u_n+5)} = \dfrac{-4u_n^2}{5(2u_n+5)}$ 0,5

On sait que $u_n > 0$ donc $-u_n < 0 \iff -4u_n < 0$

et on a $2u_n + 5 > 5$ donc $5(2u_n+5) > 25$

d'où $\dfrac{-4u_n}{5(2u_n+5)} \leq 0$ ainsi $u_{n+1} - \frac{2}{5} u_n \leq 0$

$\iff u_{n+1} \leq \frac{2}{5} u_n$

et par conséquent : $0 < u_{n+1} \leq \frac{2}{5} u_n$

- On a $0 < u_{n+1} \leq \frac{2}{5} u_n$

$0 < u_1 \leq \frac{2}{5} u_0$

$0 < u_2 \leq \frac{2}{5} u_1$ 0,5

$0 < u_n < \left(\frac{2}{5}\right)^{n-1+1} u_0 \iff 0 < u_n \leq \left(\frac{2}{5}\right)^n \frac{3}{2}$

N.B : il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer sa provenance

b- $\lim U_n$: On a $0 < U_n < \frac{3}{2}\left(\frac{2}{5}\right)^n$

0,1/ On a $\lim \frac{3}{2}\left(\frac{2}{5}\right)^n = 0$ car $\lim \left(\frac{2}{5}\right)^n = 0$
puisque $-1 < \frac{2}{5} < 1$.

et on a $\lim 0 = 0$

donc $\lim U_n = 0$

4)-a On a $V_{n+1} = \frac{4 \cdot U_{n+1}}{2U_{n+1} + 3} = \frac{4 \cdot \frac{2U_n}{2U_n+5}}{2 \cdot \frac{2U_n}{2U_n+5} + 3}$

$= \frac{\frac{8U_n}{2U_n+5}}{\frac{4U_n}{2U_n+5} + 3} = \frac{8U_n}{4U_n + 3(2U_n+5)} = \frac{8U_n}{4U_n + 6U_n + 15}$

0,7/ $= \frac{8U_n}{10U_n + 15} = \frac{2(4U_n)}{5(2U_n+3)} = \frac{2}{5} V_n$

Donc (V_n) est une suite géométrique de raison $q = \frac{2}{5}$
et de premier terme $V_0 = \frac{4 \cdot U_0}{2U_0 + 3} = \frac{4 \cdot 3/2}{2 \cdot \frac{3}{2} + 5} = \frac{3}{4}$

b- $V_n = V_0 \cdot q^n$
0,2/ $V_n = \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^n$.

On a $V_n = \frac{4U_n}{2U_n + 3} \iff V_n(2U_n + 3) = 4U_n$

$\iff 2U_n V_n + 3V_n = 4U_n \iff 2U_n V_n - 4U_n = -3V_n$

$\iff U_n(2V_n - 4) = -3V_n \iff U_n = \frac{-3V_n}{2V_n - 4} = \frac{3V_n}{4 - 2V_n}$.

0/ donc $U_n = \frac{3 \cdot \left(\frac{3}{4} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^n\right)}{4 - 2 \cdot \left(\frac{3}{4}\left(\frac{2}{5}\right)^n\right)}$

$U_n = \frac{\frac{9}{4} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^n}{4 - \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^n}$

Exercice 2

1)- (E) : $z^2 - 2(\sqrt{2} + \sqrt{6})z + 16 = 0$

On a $\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = \left(-2[\sqrt{2} + \sqrt{6}]\right)^2 - 4(1)16$

$\Delta = 4(\sqrt{2} + \sqrt{6})^2 - 64$

$= 4(2 + 2\sqrt{12} + 6) - 64 = 4(8 + 2\sqrt{12}) - 64$

$= 32 + 8\sqrt{12} - 64 = -32 + 8\sqrt{12}$ 0,5

et on a d'autre part : $-4(\sqrt{6} - \sqrt{2})^2 =$

$-4(6 - 2\sqrt{12} + 2)$

$= -4(8 - 2\sqrt{12})$

$= -32 + 8\sqrt{12}$

donc $\Delta = -4(\sqrt{6} - \sqrt{2})^2$

b) $z_1 = \dfrac{2(\sqrt{2} + \sqrt{6}) - \sqrt{-4(\sqrt{6} - \sqrt{2})^2}}{2}$

$z_1 = (\sqrt{2} + \sqrt{6}) - (\sqrt{6} - \sqrt{2})i$ 1

$z_2 = \overline{z_1} = (\sqrt{2} + \sqrt{6}) + (\sqrt{6} - 2)i$

$S = \{(\sqrt{2} + \sqrt{6}) - (\sqrt{6} - \sqrt{2})i \,;\, (\sqrt{2} + \sqrt{6}) + (\sqrt{6} - \sqrt{2})i\}$

2- On a $b\bar{c} = (1 + i\sqrt{3})(\sqrt{2} - i\sqrt{2})$

$= \sqrt{2} - i\sqrt{2} + i\sqrt{6} + \sqrt{6}$

$= (\sqrt{2} + \sqrt{6}) + i(\sqrt{6} - \sqrt{2})$ 0,5

$b\bar{c} = a$

donc $b\bar{c} = a$.

On sait que $b\bar{c} = a$, $a \cdot c = b\bar{c} \cdot c \iff$ 0,5

$a \cdot c = b(\sqrt{2}^2 + \sqrt{2}^2) \iff a \cdot c = b(2 + 2) \iff a c = 4b$

sachant que $z \cdot \bar{z} = x^2 + y^2$

b- $b = 1 + i\sqrt{3}$

$|b| = \sqrt{1 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{1 + 3} = \sqrt{4} = 2$.

$b = 2\left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$

d'où $b = 2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$ 0,5

$c = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$, $|c| = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2} = \sqrt{2 + 2} = 2$

$c = 2\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 2\left(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)$

d'où $c = 2\left(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)$

c)- On sait que $ac = 4b$

$\iff a = \dfrac{4b}{c} = 4 \cdot \dfrac{2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)}{2\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)}$

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي

امتحان نيل شهادة البكالوريا

النقطة النهائية	على 20
....	
.... على عشرين	بالحروف

الشعبة أو المسلك : .... المستوى ....

مادة : ....

التقدير المفسر للنقطة

خاص بكتابة الامتحان

اسم المصحح(ة) و توقيعه(ها) ....

$= 4\left(\cos\left(\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4}\right)\right)$

$= 4\left(\cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12}\right)$

d'où $a = 4\left(\cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12}\right)$ 0,5

3) On a $R(M) = M' \iff \frac{z'-z_0}{z-z_0} = e^{i\frac{\pi}{12}}$

$\iff \frac{z'}{z} = e^{i\frac{\pi}{12}} \iff z' = z\,e^{i\frac{\pi}{12}}$

$\iff z' = z\left(\cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12}\right)$

$\iff z' = z\,\frac{a}{4}$ 0,5

$\iff z' = \frac{1}{4}\,a z$

b) $z' = \frac{1}{4}\,a\,c$

$z' = \frac{1}{4}\cdot 4b$: puisque on a : $ac = 4b$

$z' = b$ 0,25

d'où $R(C) = B$. B est l'image du point C par R

c) On a $b = \frac{1}{4}\,a\,c$

$\frac{b}{c} = \frac{1}{4}\,a$ 0,5

$\left|\frac{b}{c}\right| = \left|\frac{1}{4}\right|\cdot|a| = \frac{1}{4}\cdot 4 = 1.$

donc $\frac{OB}{OC} = 1 \iff OB = OC.$

et on a $\arg\left(\frac{b}{c}\right) = \arg\left(\frac{a}{4}\right) = \arg(a) - \arg(4)$

$= \frac{\pi}{12} - 0$

d'où $\arg\left(\frac{b}{c}\right) \equiv \frac{\pi}{12}\ [2\pi]$

et par conséquent OBC est un triangle isocèle

d) [illegible]

$a^4 = 4^4\left(\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)\right)^4 = 4^4\left(\cos\frac{4\pi}{12} + i\sin\frac{4\pi}{12}\right)$

$= 4^4\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي

EXAMEN DU BACCALLAUREAT

Série ou Filière : .... Niveau : ....

Matière : ....

Note définitive sur 20
....

Appréciations expliquant la note chiffrée :

RESERVE AU SECRETARIAT

NOM DU CORRECTEUR ET SIGNATURE : ....

On sait que $b = 2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$

$\iff \cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3} = \frac{b}{2}$ Ok

donc $a^4 = 4^4 \cdot \frac{b}{2} = \frac{4^4}{2} \cdot b = 128b$

Exercice 3 :

1 - a - g est dérivable sur $]0,+\infty[$

$g'(x) = (2\sqrt{x} - 2 - \ln x)'$

$= 2 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{x} = \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x}$ Oui

$= \frac{x - \sqrt{x}}{x\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}{x\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}-1}{x}$

d'où $g'(x) = \frac{\sqrt{x}-1}{x}$ pour tout x de $]0,+\infty[$

b - le signe de $g'(x)$ est le signe de $\sqrt{x}-1$ sur $]0,+\infty[$

On a $\sqrt{x} - 1 = 0 \iff \sqrt{x} = 1 \iff x = 1$

x	0	1	$+\infty$
$\sqrt{x}-1$	$-$	0	$+$

Ok

donc $g'(x) \geq 0$ sur $[1,+\infty[$ et par conséquent g est croissante sur $[1,+\infty[$.

c - Puisque g est croissante sur $[1,+\infty[$ alors :

x	1		$+\infty$
g'		$+$	
g	0	$\nearrow$	$+\infty$

On a $g(1) = 2\sqrt{1} - 2 - \ln 1 = 2 - 2 = 0$

N.B : il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer sa provenance

$\lim\limits_{+\infty} g(x) = \lim\limits_{+\infty} 2\sqrt{x} - 2 - \ln x =$

$\lim\limits_{+\infty} 2\sqrt{x}\left(1 - \frac{2}{2\sqrt{x}} - \frac{\ln x}{2\sqrt{x}}\right)$

$\lim\limits_{+\infty} 2\sqrt{x}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{\ln x}{2(x)^{1/2}}\right) = +\infty$

car $\begin{cases} \lim\limits_{+\infty} 2\sqrt{x} = +\infty \\ \lim\limits_{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} = 0 \\ \lim\limits_{+\infty} \frac{\ln x}{(x)^{1/2}} = 0 \end{cases}$

Donc $g(x) \geq 0$ sur $[1, +\infty[$

On suppose que $0 \leq \ln x \leq 2\sqrt{x}$

Suite fin de la page

refait fin de la page

$-2\sqrt{x} \leq -\ln x \leq 0$

$2\sqrt{x} - 2\sqrt{x} \leq 2\sqrt{x} - \ln x \leq 2\sqrt{x}$

$0 \leq 2\sqrt{x} - \ln x \leq 2\sqrt{x}$

$-2 \leq 2\sqrt{x} - \ln x - 2 \leq 2\sqrt{x} - 2$

Sachant que $2\sqrt{x} - 2 \leq 2\sqrt{x}$

donc $g(x) \geq 0$ c'est vrai et par conséquent

$0 \leq \ln x \leq 2\sqrt{x}$

d) Pour tout x de $[1, +\infty[$ on a

$0 \leq \ln x \leq 2\sqrt{x}$

$0 \leq (\ln x)^3 \leq (2\sqrt{x})^3$

$0 \leq (\ln x)^3 \leq 8 \cdot x\sqrt{x}$

$0 \leq \frac{(\ln x)^3}{x^2} \leq \frac{8x \cdot \sqrt{x}}{x^2}$

0,5 $\quad 0 \leq \frac{(\ln x)^3}{x^2} \leq \frac{8 \cdot \sqrt{x}}{x}$

$0 \leq \frac{(\ln x)^3}{x^2} \leq \frac{8}{\sqrt{x}}$

Comme on a $\lim\limits_{+\infty} \frac{8}{\sqrt{x}} = 0$ car $\lim\limits_{+\infty} \sqrt{x} = +\infty$

0,5 $\quad$ et $\lim\limits_{+\infty} 0 = 0$

alors $\lim\limits_{+\infty} \frac{(\ln x)^3}{x^2} = 0$

2) a. G est dérivable sur $]0,+\infty[$,

$$G'(x) = \left(x\left(-1+\frac{4}{3}\sqrt{x}-\ln x\right)\right)'$$

$$= x'\left(-1+\frac{4}{3}\sqrt{x}-\ln x\right)+\left(-1+\frac{4}{3}\sqrt{x}-\ln x\right)'x$$

$$=\left(-1+\frac{4}{3}\sqrt{x}-\ln x\right)+\left(\frac{2}{3\sqrt{x}}-\frac{1}{x}\right)x$$

$$=\left(-1+\frac{4}{3}\sqrt{x}-\ln x\right)+\left(\frac{2}{3}\sqrt{x}-1\right)$$

$$= -1+\frac{4}{3}\sqrt{x}-\ln x+\frac{2}{3}\sqrt{x}-1$$

$$= -2+2\sqrt{x}-\ln x$$

$$= g(x)$$

0,5

b) $\int_1^4 g(x)\,dx = \left[x\left(-1+\frac{4}{3}\sqrt{x}-\ln x\right)\right]_1^4$

$$= 4\left(-1+\frac{4}{3}2-\ln 4\right)-\left(-1+\frac{4}{3}\right)$$

$$= -4+\frac{32}{3}-4\ln 4+1-\frac{4}{3}$$

$$= -4+\frac{32}{3}-4\ln \cancel{4}+1-\frac{4}{3}$$

$$= \frac{19}{3}-\ln \cancel{4}$$

0,5

Problème :

1) $\lim\limits_{-\infty} f(x) = \lim\limits_{-\infty} -x+\frac{5}{2}-\frac{1}{2}e^{x-2}\left(e^{x-2}-4\right)$

$= +\infty$

car $\lim\limits_{-\infty} -x = +\infty$

$\lim\limits_{-\infty} e^{x-2} = 0$ $\quad\left(\lim\limits_{-\infty} e^{x} = 0\right)$

0,5

$\lim\limits_{+\infty} f(x) = \lim\limits_{+\infty} -x+\frac{5}{2}-\frac{1}{2}e^{x-2}\left(e^{x-2}-4\right)$

$= -\infty$ car $\lim\limits_{+\infty} -x = -\infty$

$\lim\limits_{+\infty} -\frac{1}{2}e^{x-2} = -\infty$

$\lim\limits_{+\infty} e^{x-2} = +\infty$

2 a. $\lim\limits_{-\infty} f(x)-\left(-x+\frac{5}{2}\right) =$

$\lim\limits_{-\infty} -x+\frac{5}{2}-\frac{1}{2}e^{x-2}\left(e^{x-2}-4\right)+x-\frac{5}{2}$

$\lim\limits_{-\infty} -\frac{1}{2}e^{x-2}\left(e^{x-2}-4\right) = 0$

car $\lim\limits_{-\infty} e^{x-2} = 0$

0,5

Donc $y = -x + \frac{5}{2}$ est une asymptote à (C) au voisinage de $-\infty$.

b) on pose $e^{x-2} - 4 = 0$

$D_f = \mathbb{R}$

$e^{x-2} = 4$

$x - 2 = \ln(4)$

$x = \ln 4 + 2$

donc $S = \{2 + \ln 4\}$

on a : $f(x) - y = \frac{-1}{2} e^{x-2} (e^{x-2} - 4)$

le signe de $f(x) - y$ est le signe de $-(e^{x-2} - 4)$

car $e^{x-2} > 0$

Donc :

x	$-\infty$	$2+\ln 4$	$+\infty$
$e^{x-2}-4$	$-$	0	$+$

0,75

donc (C) est au dessus de (Δ) sur $]-\infty, 2+\ln 4]$ et au dessous de (Δ) sur $[2+\ln 4, +\infty[$

x	$-\infty$	$2+\ln 4$	$+\infty$
$f(x) - y$	$+$	0	$-$
position relative	(C) au dessus de (Δ)	point d'intersection $I(2+\ln 4, f(2+\ln 4))$	(C) au dessous de (Δ)

3) $\lim_{+\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{+\infty} \frac{-x + \frac{5}{2} - \frac{1}{2} e^{x-2}(e^{x-2} - 4)}{x}$

$\lim_{+\infty} -1 + \frac{5}{2x} - \frac{1}{2} e^{x-2} \left(\frac{e^{x-2} - 4}{x}\right)$

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني
والتعليم العالي والبحث العلمي

EXAMEN DU BACCALLAUREAT

Série ou Filière : .... Niveau : ....

Matière : ....

Note définitive sur 20

Appréciations expliquant la note chiffrée :

RESERVE AU SECRETARIAT

NOM DU CORRECTEUR ET SIGNATURE : ....

$\lim_{+\infty} -1 + \frac{5}{2x} - \frac{1}{2} e^{x-2}\left(\frac{e^{x-2}}{x} - \frac{4}{x}\right)$

$\lim_{+\infty} -1 + \frac{5}{2x} - \frac{1}{2} e^{x-2}\left(\frac{e^{x-2}}{x-2} \times \frac{x-2}{x} - \frac{4}{x}\right) = -\infty$

Car $\lim_{+\infty} \frac{5}{2x} = 0$

$\lim_{+\infty} -\frac{1}{2} e^{x-2} = -\infty$ Donc (C_f) admet une branche

$\lim_{+\infty} e^{x-2} = +\infty$ parabolique de direction (oy)

$\lim_{+\infty} \frac{4}{x} = 0$ au voisinage de $+\infty$

0

4) a. f est dérivable sur $\mathbb{R}$

$f'(x) = \left(-x + \frac{5}{2} - \frac{1}{2} e^{x-2}\left(e^{x-2} - 4\right)\right)'$

$= -1 - \left(\left(\frac{1}{2} e^{x-2}\right)'\left(e^{x-2} - 4\right) + \left(e^{x-2} - 4\right)' \frac{1}{2} e^{x-2}\right)$

$= -1 - \left(\frac{1}{2} e^{x-2}\left(e^{x-2} - 4\right) + \left(e^{x-2}\right)^2 \cdot \frac{1}{2}\right)$

$= -1 - \left(\frac{\left(e^{x-2}\right)^2}{2} - \frac{4e^{x-2}}{2} + \left(e^{x-2}\right)^2 \cdot \frac{1}{2}\right)$

0

$= -1 - \left(\frac{\left(e^{x-2}\right)^2 - 4e^{x-2} + \left(e^{x-2}\right)^2}{2}\right)$

$= -1 - \left(\frac{2\left(e^{x-2}\right)^2 - 4e^{x-2}}{2}\right)$

$= \frac{-2 - 2\left(e^{x-2}\right)^2 + 4e^{x-2}}{2}$

$= \frac{-\left(2 + 2\left(e^{x-2}\right)^2 - 4e^{x-2}\right)}{2}$

$= -\left(1 + \left(e^{x-2}\right)^2 - 2e^{x-2}\right)$

$= -\left(e^{x-2} - 1\right)^2$

N.B : il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer sa provenance

0,25

4) a- On a $f'(x) < 0$ donc f est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$-\infty$

0,25

5) - f' est dérivable sur $\mathbb{R}$.

$$f''(x) = \left(-\left(e^{x-2}-1\right)^2\right)'$$
$$= (-1)'\left(e^{x-2}-1\right)^2 + \left(e^{x-2}-1\right)^{2'}(-1)$$
$$= -2\left(e^{x-2}-1\right) \cdot e^{x-2}$$
$$f''(x) = -2e^{x-2}\left(e^{x-2}-1\right)$$

le signe de $f''(x)$ est le signe de $-\left(e^{x-2}-1\right)$

On a $e^{x-2}-1=0$

$e^{x-2}=1$

$x-2=0$

$x=2$.

0,5

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$e^{x-2}-1$	$-$	0	$+$

$f(2) = 2$

donc

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f''(x)$	$+$	0	$-$
	convexe $\cup$	point d'inflexion $I(2, f(2))$	concave $\cap$

0,5

6) - On a f est continue sur $\mathbb{R}$.

f est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$

et $0 \in f(]-\infty, +\infty[)$ $\left(f(]-\infty,+\infty[) =]\lim\limits_{+\infty} f(x), \lim\limits_{-\infty} f(x)[=]-\infty, +\infty[\,\right)$

$0 \in]-\infty, +\infty[$

donc l'équation $f(x)=0$ admet une unique solution α.

On a $f(2+\ln 3) = -2-\ln 3+\frac{5}{2}-\frac{1}{2}e^{2+\ln 3-2}(e^{2+\ln 3-2}-4)$

$= -2-\ln 3+\frac{5}{2}-\frac{1}{2}e^{\ln 3}(e^{\ln 3}-4)$

$= \frac{1}{2}-\ln(3)+\frac{3}{2}$

$= 2-\ln(3) > 0$

et $f(2+\ln 4) = -2-\ln 4+\frac{5}{2}-\frac{1}{2}e^{2+\ln 4-2}(e^{2+\ln 4-2}-4)$

$f(2+\ln 4) = \frac{1}{2}-\ln 4-2(0)$

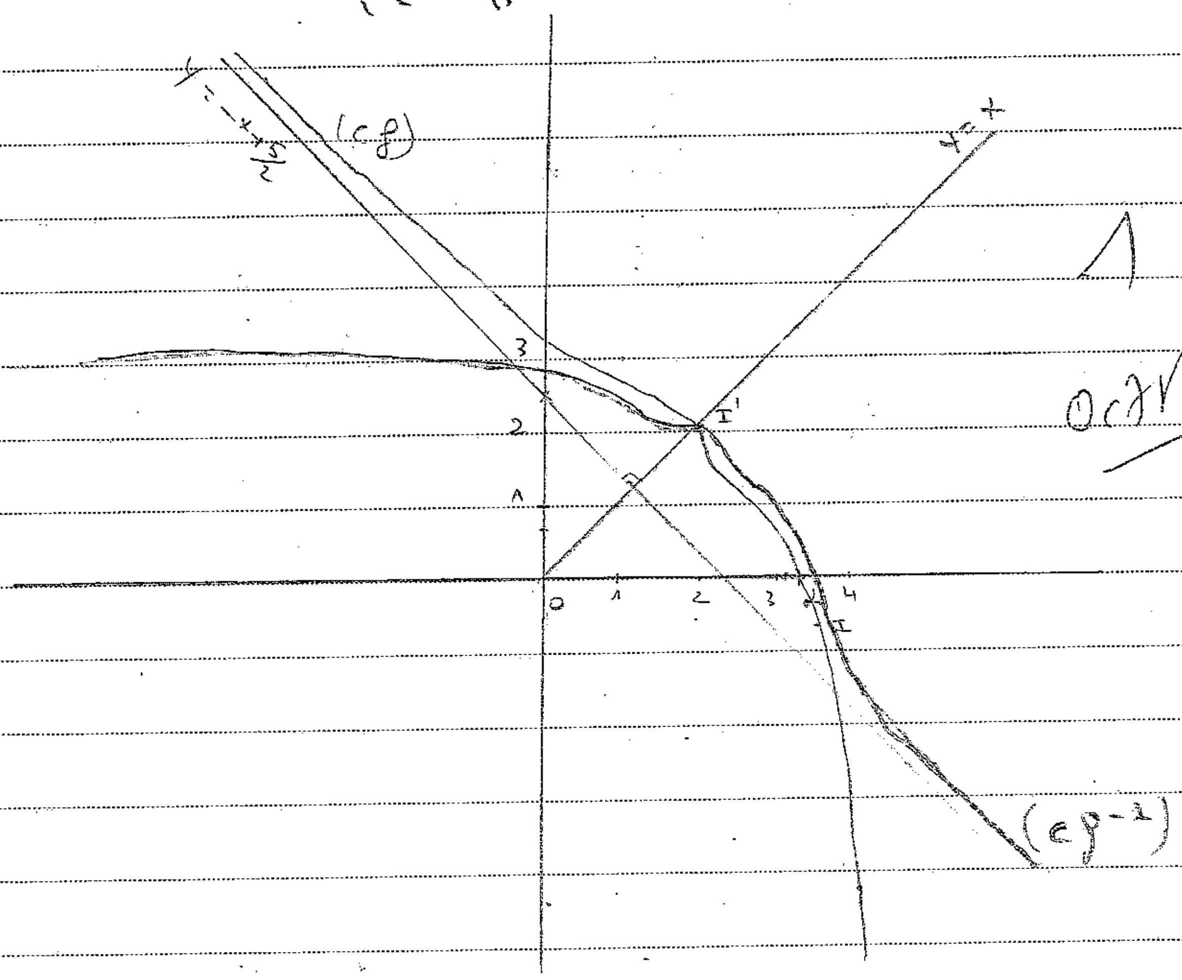
$f(2+\ln 4) = \frac{1}{2}-\ln 4 < 0$

Donc $f(2+\ln 4) < f(\alpha) < f(2+\ln 3)$

puisque f est décroissante sur $\mathbb{R}$:

$2+\ln 3 < \alpha < 2+\ln 4$

4)



1

0,1

5) a. On a f est continue sur $\mathbb{R}$.

f est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$

0,1

Donc f admet une fonction réciproque définie

sur $J = f(\mathbb{R})$

$J = f(]-\infty,+\infty[) =]-\infty,+\infty[$ car $f(]-\infty,+\infty[) =]\lim_{+\infty} f(x), \lim_{-\infty} f(x)[=]-\infty,+\infty[$.

امتحان نيل شهادة البكالوريا

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي

النقطة النهائية	على 20
....	
على عشرون	بالحروف

الشعبة أو المسلك : .... المستوى ....

مادة : ....

خاص بكتابة الامتحان

التقدير المفسر للنقطة

اسم المصحح(ة) و توقيعه(ها)

0,5 c) On a $f^{-1}(2 - \ln 3) = 2 + \ln 3$

Calculons $f'(2 + \ln 3)$

$f'(2 + \ln 3) = -(e^{2 + \ln 3 - 2} - 1)^2$

$= -(e^{\ln 3} - 1)^2$

$= -(3 - 1)^2$

$= -(2)^2$

0 $f'(2 + \ln 3) = -4 \neq 0$

f est dérivable en $2 + \ln(3)$

et $f'(2 + \ln 3) \neq 0$

Donc $(f^{-1})'(2 - \ln 3) = \frac{1}{f'(2 + \ln 3)} = \frac{1}{-4}$

$(f^{-1})'(2 - \ln 3) = -\frac{1}{4}$ 0,5

Ex 3 :

question c :

On a : $2\sqrt{x} - 2 - \ln x \geq 0$

$-\ln x \geq -2\sqrt{x} + 2$

$\ln x \leq 2\sqrt{x} - 2$

On a $2\sqrt{x} - 2 \leq 2\sqrt{x}$

donc $\ln x \leq 2\sqrt{x}$ 0,5

on a g est positive donc $\ln x$

تنبيه : يمنع على المترشح أن يمضي ورقته أو يجعل أية علامة يمكنها أن تبين أصله