795 : J

ROYAUME DU MAROC

EXAMEN DU BACCALAUREAT

MINISTÈRE DE L'EDUCATION NATIONALE
DE LA FORMATION PROFESSIONNELLE
DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

Série / Option : ....

64924

COMPOSITION DE : الرياضيات

RESERVE AU SECRETARIAT

Appréciations de la note chiffrée

NOTE DEFINITIVE

20,00 /20

sur vingt

Nom du correcteur et signature : ....

Exercice I : 05,50

ma $U_0 = \frac{3}{2}$ et $(\forall n \in \mathbb{N})$ $U_{n+1} = \frac{2U_n}{2U_n + 5}$

1) ma pour $n = 0$

$U_{0+1} = \frac{2U_0}{2U_0+5} = \frac{2\times\frac{3}{2}}{2\times\frac{3}{2}+5} = \frac{3}{3+5} = \frac{3}{8}$ 0,25

2) Soit $n \in \mathbb{N}$.

pour $n=0$ ma $U_0 = \frac{3}{2}$

alors $U_0 > 0$ (ceci est vraie)

on suppose que $(\forall n \in \mathbb{N})$ $U_n > 0$

et on montre que $(\forall n \in \mathbb{N})$ $U_{n+1} > 0$

ma $(\forall n \in \mathbb{N})$ $U_n > 0$

$\Leftrightarrow$ $2U_n > 0$

$\Leftrightarrow$ $2U_n + 5 > 0$

$\Leftrightarrow$ $\frac{1}{2U_n+5} > 0$

donc $(\forall n \in \mathbb{N})$ $\frac{2U_n}{2U_n+5} > 0$ 0,5

alors $(\forall n \in \mathbb{N})$ $U_{n+1} > 0$

Selon le principe de récurrence ma $(\forall n \in \mathbb{N})$ $U_n > 0$

3a) on sait que $(\forall n \in \mathbb{N})$ $U_n > 0$

et que $(\forall n \in \mathbb{N})$ $U_{n+1} > 0$ 1

ma $(\forall n \in \mathbb{N})$ $U_{n+1} - \frac{2}{5}U_n = \frac{2U_n}{2U_n+5} - \frac{2}{5}U_n$

$= \frac{10U_n - 2U_n(2U_n+5)}{5(2U_n+5)}$

$= \frac{10U_n - 10U_n - 4U_n^2}{5(2U_n+5)}$

$= \frac{-4U_n^2}{5(2U_n+5)}$

-N.B: IL' est interdit au candidat de signer sa composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer son identité.

et on a $(\forall n \in \mathbb{N})$ $\quad U_n > 0$

$\Leftrightarrow \quad U_n^2 > 0 \quad$ et $\quad 2U_n > 0$

$\Leftrightarrow \quad -4U_n^2 < 0 \quad$ et $\quad 2U_n + 5 > 0$

$\Leftrightarrow \quad -4U_n^2 < 0 \quad$ et $\quad 5(2U_n+5) > 0$

$\Leftrightarrow \quad -4U_n^2 < 0 \quad$ et $\quad \dfrac{1}{5(2U_n+5)} > 0$

donc $(\forall n \in \mathbb{N})$ $\quad \dfrac{-4U_n^2}{5(2U_n+5)} < 0$

0,5

alors $(\forall n \in \mathbb{N})$ $\quad U_{n+1} - \dfrac{2}{5} U_n < 0$

$\Leftrightarrow (\forall n \in \mathbb{N})$ $\quad U_{n+1} \leq \dfrac{2}{5} U_n$ $\quad$ 2

alors de 1 et 2 on a $(\forall n \in \mathbb{N})$ $\quad 0 < U_{n+1} \leq \dfrac{2}{5} U_n$

- soit $(n \in \mathbb{N})$

on a pour $n = 0$ $\quad U_0 = \dfrac{3}{2}$ et $\dfrac{3}{2}\left(\dfrac{2}{3}\right)^0 = \dfrac{3}{2}$

alors $\quad U_0 \leq \dfrac{3}{2}\left(\dfrac{2}{3}\right)^0$ (ceci est vrai)

et on suppose que $(\forall n \in \mathbb{N})$ $\quad U_n \leq \dfrac{3}{2}\left(\dfrac{2}{5}\right)^n$

et on montre que $(\forall n \in \mathbb{N})$ $\quad U_{n+1} \leq \dfrac{3}{2}\left(\dfrac{2}{5}\right)^{n+1}$

on a $(\forall n \in \mathbb{N})$ $\quad U_n \leq \dfrac{3}{2}\left(\dfrac{2}{5}\right)^n$

$\Leftrightarrow \quad \dfrac{2}{5} U_n \leq \dfrac{3}{2}\left(\dfrac{2}{5}\right)^n \times \dfrac{2}{5}$

et on sait que $(\forall n \in \mathbb{N})$ $\quad U_{n+1} \leq \dfrac{2}{5} U_n$

alors $(\forall n \in \mathbb{N})$ $\quad U_{n+1} \leq \dfrac{3}{2}\left(\dfrac{2}{5}\right)^{n+1}$

0,5

Selon le principe de récurrence on a $(\forall n \in \mathbb{N})$ $U_n \leq \dfrac{3}{2}\left(\dfrac{2}{5}\right)^n$

et on sait que $(\forall n \in \mathbb{N})$ $\quad U_n > 0$

alors $(\forall n \in \mathbb{N})$ $\quad 0 < U_n \leq \dfrac{3}{2}\left(\dfrac{2}{5}\right)^n$

3b) on a $(\forall n \in \mathbb{N})$ $\quad 0 < U_n \leq \dfrac{3}{2}\left(\dfrac{2}{5}\right)^n$

et on a $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{3}{2}\left(\dfrac{2}{5}\right)^n = 0$ car $\lim\limits_{n \to +\infty} \left(\dfrac{2}{5}\right)^n = 0$ (car $-1 < \dfrac{2}{5} < 1$)

et on a $\lim\limits_{n \to +\infty} 0 = 0$

alors $\lim\limits_{+\infty} U_n = 0$

0,5

N.B : il est interdit au candidat de signer sa composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer sa provenance

4) on a $(\forall n \in \mathbb{N})$ $\quad V_n = \dfrac{4U_n}{2U_n+3}$

4a) on a $(\forall n \in \mathbb{N})$ $\quad V_{n+1} = \dfrac{4U_{n+1}}{2U_{n+1}+3} = \dfrac{\frac{8U_n}{2U_n+5}}{\frac{4U_n}{2U_n+5}+3}$

$$= \frac{8U_n}{4U_n + 3(2U_n+5)}$$

$$= \frac{8U_n}{4U_n + 6U_n + 15}$$

$$= \frac{2 \times 4U_n}{5(2U_n+3)} = \frac{2}{5} V_n$$

0,75

alors (V_n) est une suite géométrique de raison $q = \frac{2}{5}$

4b) on a (V_n) est une suite géométrique de raison $q = \frac{2}{5}$
alors (V_n) s'ecrit sous la forme

$(\forall n \in \mathbb{N})$ $\quad V_n = V_0 \times q^{n-0} = \dfrac{4U_0}{2U_0+3} \times \left(\dfrac{2}{5}\right)^n$

$$= \frac{6}{3+3} \times \left(\frac{2}{5}\right)^n$$

$$= \left(\frac{2}{5}\right)^n$$

et on a $(\forall n \in \mathbb{N})$ $\quad V_n = \dfrac{4U_n}{2U_n+3}$

1

$\iff \quad 2V_nU_n + 3V_n = 4U_n$

$\iff \quad 4U_n - 2V_nU_n = 3V_n$

$\iff \quad U_n(4-2V_n) = 3V_n$

$\iff \quad U_n = \dfrac{3V_n}{4-2V_n}$

$\iff \quad U_n = \dfrac{3\left(\frac{2}{5}\right)^n}{4-2\left(\frac{2}{5}\right)^n}$

Exercice II :

1) on a $(E) : z^2 - 2(\sqrt{2}+\sqrt{6})z + 16 = 0$

alors $\Delta = \left(2(\sqrt{2}+\sqrt{6})\right)^2 - 4 \times 16 \times 1 = -32 + 16\sqrt{3} < 0$

$$= -(32-16\sqrt{3})$$

$$= \left(i\sqrt{32-16\sqrt{3}}\right)^2$$

alors l'équation (E) admet deux solutions complexes distincts et conjuguées dans $\mathbb{C}$ sont :

$z_1 = \dfrac{2(\sqrt{2}+\sqrt{6}) + i\sqrt{32-16\sqrt{3}}}{2} = \sqrt{2}+\sqrt{6} + i\dfrac{\sqrt{32-16\sqrt{3}}}{2}$

et $z_2 = \overline{z_1} = \sqrt{2}+\sqrt{6} - i\dfrac{\sqrt{32-16\sqrt{3}}}{2}$

امتحان شهادة البكالوريا

النقطة النهائية
.... /20
....
على عشرون

الشعبة/المسلك : ....

مادة : ....

التقدير المفسر للنقطة

....

خاص بالأكاديمية

....

اسم المصحح وتوقيعه (ها) : ....

Exercice II :

1a) on a (E) : $z^2 - 2(\sqrt{2}+\sqrt{6})z + 16 = 0$

alors $\Delta = (-2(\sqrt{2}+\sqrt{6}))^2 - 4\times 16 = -4(16 - (\sqrt{2}+\sqrt{6})^2)$

$= -4(4^2 - (\sqrt{2}+\sqrt{6})^2)$

$= -4(4-\sqrt{2}-\sqrt{6})(4+\sqrt{2}+\sqrt{6})$

$= -4(16 + 4\sqrt{2} + 4\sqrt{6} - 2 - 4\sqrt{2} - \sqrt{2}\sqrt{6}$
$- 4\sqrt{6} - \sqrt{2}\sqrt{6} - 6)$

$= -4(6 - 2\sqrt{6}\sqrt{2} + 2)$

$= -4(\sqrt{6}^2 - 2\sqrt{6}\sqrt{2} + \sqrt{2}^2)$

$= -4(\sqrt{6}-\sqrt{2})^2$

0,5

1b) on a (E) : $z^2 - 2(\sqrt{2}+\sqrt{6})z + 16$ et $\Delta = -4(\sqrt{6}-\sqrt{2})^2 < 0$

$= (i2(\sqrt{6}-\sqrt{2}))^2$

alors l'equation (E) admet dans $\mathbb{C}$ deux solutions distincts complexes et conjuguées sont :

$z_1 = \dfrac{2(\sqrt{2}+\sqrt{6}) + i2(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{2} = \sqrt{2}+\sqrt{6} + i(\sqrt{6}-\sqrt{2})$

et $z_2 = \overline{z_1} = \sqrt{2}+\sqrt{6} - i(\sqrt{6}-\sqrt{2})$

alors $S = \{\sqrt{2}+\sqrt{6} - i(\sqrt{6}-\sqrt{2}) ; \sqrt{2}+\sqrt{6} + i(\sqrt{6}-\sqrt{2})\}$

1

ROYAUME DU MAROC

MINISTÈRE DE L'EDUCATION NATIONALE
DE LA FORMATION PROFESSIONNELLE
DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

EXAMEN DU BACCALAUREAT

Série / Option : ....

COMPOSITION DE : ....

RESERVE AU SECRETARIAT

....

Appréciations de la note chiffrée

....

NOTE DEFINITIVE

/20

sur vingt

Nom du correcteur et signature : ....

Exercice II :

07,50

2a) on a $b\bar{c} = (1+i\sqrt{3})(\sqrt{2}-i\sqrt{2})$

$= \sqrt{2} - i\sqrt{2} + i\sqrt{3}\sqrt{2} - i^2\sqrt{2}\sqrt{3}$

$= \sqrt{2} + \sqrt{6} - i\sqrt{2} + i\sqrt{6}$

$= (\sqrt{2}+\sqrt{6}) - i(\sqrt{6}-\sqrt{2}) = a$

on a $b\bar{c} = a \Leftrightarrow bc\bar{c} = ac$

$\Leftrightarrow ac = (\sqrt{2}^2 - (i\sqrt{2})^2)b$

$\Leftrightarrow ac = (2+2)b$

$\Leftrightarrow ac = 4a$

0,25

2b) on a $b = 1+i\sqrt{3}$

$= 2\left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$= 2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$

et $c = \sqrt{2} + i\sqrt{2} = 2\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$= 2\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$

0,5

2c) on a $ac = 4b \Leftrightarrow a = 4\frac{b}{c}$

0,5

$= 4\left[\frac{2}{2}\left(\cos\left(\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4}\right)\right)\right]$

$= 4\left(\cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12}\right)$

3a) on a $R(M) = M'$

0,5

$\Leftrightarrow z' = e^{i\frac{\pi}{12}}(z - z_0) + z_0$ avec $\frac{1}{4}a = \cos\frac{\pi}{12}\, i\sin\frac{\pi}{12}$

$= \left(\cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12}\right)z = \frac{1}{4}az$

-N.B: IL' est interdit au candidat de signer sa composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer son identité.

3b) soit $R(c) = c'$

$\Leftrightarrow z_{c'} = \frac{1}{4} a c = \frac{1}{4} \times 4b = b$

alors B est l'image du point C par la rotation R

0,25

3c) on a $R(c) = B$

alors $OC = OB$

d'où OBC est un triangle isocèle en O.

0,25

3d) on a $a = 4\left(\cos\frac{\pi}{12} + i \sin\frac{\pi}{12}\right)$

$\Leftrightarrow a = \left[4, \frac{\pi}{12}\right]$

$\Leftrightarrow a^4 = \left[4^4, 4 \times \frac{\pi}{12}\right]$

$\Leftrightarrow a^4 = \left[128 \times 2, \frac{\pi}{3}\right]$

$\Leftrightarrow a^4 = 128 \times 2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i \sin\frac{\pi}{3}\right)$

$\Leftrightarrow a^4 = 128 b$

$\Leftrightarrow \frac{a^4 - z_0}{b} = 128$

0,75

$\Leftrightarrow \frac{d - z_0}{b} = 128 \in \mathbb{R}$

alors les point O, B et D sont aligné.

Exercice III :

on a $\forall x \in]0, +\infty[\quad g(x) = 2\sqrt{x} - 2 - \ln(x)$

1a) on a g est dérivable sur $]0, +\infty[$ alors

$\forall x \in]0, +\infty[\quad g'(x) = (2\sqrt{x} - 2 - \ln(x))'$

$= 2 \times \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{x}$

0,5

$= \frac{\sqrt{x}}{x} - \frac{1}{x} = \frac{\sqrt{x} - 1}{x}$

1b) on a $\forall x \in [1, +\infty[\quad g'(x) = \frac{\sqrt{x} - 1}{x}$

et on a $\forall x \in [1, +\infty[\quad x \geq 1$

0,5

$\Leftrightarrow \sqrt{x} \geq \sqrt{1}$

$\Leftrightarrow \sqrt{x} - 1 \geq 0$

$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x} - 1}{x} \geq 0 \Leftrightarrow g'(x) \geq 0$

ma $\forall x \in [1;+\infty[$ $g'(x) \geq 0$

alors g est croissante sur $[1;+\infty[$

1c) ona $g(1) = 2\sqrt{1} - 2 - \ln(1) = 0$

et ona g est croissante sur $[1;+\infty[$

et $\forall x \in [1;+\infty[$ $x \geq 1$

$\Leftrightarrow$ $g(x) \geq g(1)$

$\Leftrightarrow$ $2\sqrt{x} - 2 - \ln(x) \geq 0$

$\Leftrightarrow$ $2\sqrt{x} \geq 2\sqrt{x} - 2 \geq \ln(x)$

$\Leftrightarrow$ $2\sqrt{x} \geq \ln(x)$ (1)

et ma $\forall x \in [1;+\infty[$ $x \geq 1$

$\Leftrightarrow$ $\ln(x) \geq \ln(1)$

$\Leftrightarrow$ $\ln(x) \geq 0$ (2)

0,5

de (1) et (2) ma $\forall x \in [1;+\infty[$ $0 \leq \ln(x) \leq 2\sqrt{x}$

1d) ma $\forall x \in [1;+\infty[$ $0 \leq \ln(x) \leq 2\sqrt{x}$

$\Leftrightarrow$ $0^3 \leq (\ln(x))^3 \leq (2\sqrt{x})^2$

$\Leftrightarrow$ $0 \leq (\ln(x))^3 \leq 8x\sqrt{x}$

$\Leftrightarrow$ $0 \leq \frac{(\ln(x))^3}{x^2} \leq \frac{8\sqrt{x}}{x}$

$\Leftrightarrow$ $\forall x \in [1;+\infty[$ $0 \leq \frac{(\ln(x))^3}{x^2} \leq \frac{8}{\sqrt{x}}$

et ma $\lim_{x \to +\infty} 0 = 0$

et $\lim_{x \to +\infty} \frac{8}{\sqrt{x}} = 0$ car $\lim_{x \to +\infty} \sqrt{x} = +\infty$

1

alors $\lim_{x \to +\infty} \frac{(\ln(x))^3}{x^2} = 0$

2a) soit $G(x) = x(-1 + \frac{4}{3}\sqrt{x} - \ln(x))$

alors G est dérivable sur $]0;+\infty[$

telque $\forall x \in]0;+\infty[$ $G'(x) = (x(-1 + \frac{4}{3}\sqrt{x} - \ln(x)))'$

$= x'(-1 + \frac{4}{3}\sqrt{x} - \ln(x)) + x(-1 + \frac{4\sqrt{x}}{3} - \ln(x))'$

$= -1 + \frac{4}{3}\sqrt{x} - \ln(x) + x(\frac{2}{3\sqrt{x}} - \frac{1}{x})$

تنبيه : يمنع على المترشح أن يمضي ورقته أو يجعل أية علامة يمكنها أن تبين أصله

8

امتحان شهادة البكالوريا

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي

النقطة النهائية
.... /20
....
على عشرون

الشعبة/المسلك : ....

مادة : ....

التقدير المفسر للنقطة

....

خاص بالأكاديمية

....

....

اسم المصحح وتوقيعه (ها) : ....

$\Leftrightarrow \forall x \in]0, +\infty[\quad G'(x) = -1 + \frac{4}{3}\sqrt{x} - \ln(x) + \frac{2}{3}\sqrt{x} - 1$

$= 2\sqrt{x} - 2 - \ln(x)$

$= g(x)$

0,75

alors $G : x \mapsto x\left(-1 + \frac{4}{3}\sqrt{x} - \ln(x)\right)$ est une fonction primitive de g sur $]0, +\infty[$

2b) $\int_1^4 g(x)\,dx = \left[G(x)\right]_1^4$

$= \left[x\left(-1 + \frac{4}{3}\sqrt{x} - \ln(x)\right)\right]_1^4$

$= 4\left(-1 + \frac{4}{3}\sqrt{4} - \ln(4)\right) - \left(-1 + \frac{4}{3}\sqrt{1} - \ln(1)\right)$

$= \frac{20}{3} - 4\ln(4) - \frac{1}{3}$

$= \frac{19}{3} - 4\ln(4)$

0,75

Problème :

1) $\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} -x + \frac{5}{2} - \frac{1}{2}e^{x-2}\left(e^{x-2} - 4\right)$

on pose $X = x - 2 \Rightarrow x = X + 2$ alors $X \to -\infty$

alors $\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{X \to -\infty} -X - 2 + \frac{5}{2} - \frac{1}{2}e^{X}\left(e^{X} - 4\right)$

$= +\infty$

car $\lim_{X \to -\infty} e^{X} = 0$ et $\lim_{X \to -\infty} -X = +\infty$

alors $\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$

- تنبيه: يمنع على المترشح(ة) أن يوقع أو يضع أية علامة في ورقته(ها) تبين هويته(ها).

ROYAUME DU MAROC

MINISTÈRE DE L'EDUCATION NATIONALE
DE LA FORMATION PROFESSIONNELLE
DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

EXAMEN DU BACCALAUREAT

Série / Option : ....

COMPOSITION DE : ....

RESERVE AU SECRETARIAT

Appréciations de la note chiffrée

NOTE DEFINITIVE

.... /20

sur vingt

Nom du correcteur et signature : ....

9

Probléme :

04,25

1) $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \left(-x+\frac{5}{2}-\frac{1}{2}e^{x-2}(e^{x-2}-4)\right)$

on pose $X = x-2 \Rightarrow x = X+2$ alors $X \to +\infty$

alors $\lim_{X\to+\infty} f(x) = \lim_{X\to+\infty} -X-2+\frac{5}{2}-\frac{1}{2}e^{X}(e^{X}-4)$

$= \lim_{X\to+\infty} -\infty$

car $\lim_{X\to+\infty} e^X = +\infty$ et $\lim_{X\to+\infty} -X = -\infty$

0,5

donc $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$.

2a) on a $\lim_{x\to-\infty} f(x)-y = \lim_{x\to-\infty} -x+\frac{5}{2}-\frac{1}{2}e^{x-2}(e^{x-2}-4)-(-x+\frac{5}{2})$

$= \lim_{x\to-\infty} -\frac{1}{2}e^{x-2}(e^{x-2}-4)$

on pose $X = x-2$ alors pour $x \to -\infty$

on a $x-2 \to$

alors $X \to -\infty$

alors $\lim_{x\to-\infty} -\frac{1}{2}e^{x-2}(e^{x-2}-4) = \lim_{X\to-\infty} -\frac{1}{2}e^{X}(e^{X}-4)$

$= 0$

car $\lim_{X\to-\infty} e^X = 0$

0,5

alors $\lim_{x\to-\infty} f(x)-y = 0$

alors (C) admet une asymptote oblique de direction la droite (D) d'équation $y = -x+\frac{5}{2}$ au voisinage de $-\infty$

-N.B: IL' est interdit au candidat de signer sa composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer son identité.

2b) on a pour $e^{x-2}-4=0$

$\Leftrightarrow \quad e^{x-2}=4$

$\Leftrightarrow \quad \ln(e^{x-2})=\ln(4)$

$\Leftrightarrow \quad x-2=\ln(4)$

$\Leftrightarrow \quad x=\ln(4)+2$ alors $S=\{\ln(4)+2\}$

et on a pour $f(x)-y=0$ pour tout x de $\mathbb{R}$.

$\Leftrightarrow \quad -x+\frac{5}{2}-\frac{1}{2}e^{x-2}(e^{x-2}-4)-(-x+\frac{5}{2})=0$

$\Leftrightarrow \quad (\forall x\in\mathbb{R}) \quad -\frac{1}{2}e^{x-2}(e^{x-2}-4)=0$

et on a $(\forall x\in\mathbb{R}) \quad e^{x-2}\neq 0$

$\Leftrightarrow \quad -\frac{1}{2}e^{x-2}\neq 0$

alors $(e^{x-2}-4)=0$

$\Leftrightarrow \quad x=\ln(4)+2$

et on a pour $f(x)-y\geq 0$

$\Leftrightarrow \quad -\frac{1}{2}e^{x-2}(e^{x-2}-4)\geq 0$

$\Leftrightarrow \quad e^{x-2}-4\leq 0$

alors $x\leq \ln(4)+2$

donc $\forall x\in]-\infty;\ln(4)+2]$ on a $f(x)-y\geq 0$

donc (C) est au dessus de (D) sur $]-\infty;2+\ln(4)]$

et on a pour $f(x)-y\leq 0$

$\Leftrightarrow \quad -\frac{1}{2}e^{x-2}(e^{x-2}-4)\leq 0$

$\Leftrightarrow \quad e^{x-2}-4\geq 0$

$\Leftrightarrow \quad x\geq \ln(4)+2$

donc $\forall x\in[\ln(4)+2;+\infty[$ on a $f(x)-y\leq 0$

d'où (C) est au dessous de (D) sur $[\ln(4)+2;+\infty[$

3) on a $\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{-x+\frac{5}{2}-\frac{1}{2}e^{x-2}(e^{x-2}-4)}{x}$

$=\lim_{+\infty} -1+\frac{5}{2x}-\frac{1}{2}\frac{e^{x}}{xe^{2}}\left(\frac{e^{x}}{e^{2}}-4\right)$

$=-\infty$

car $\lim_{x\to+\infty}\frac{5}{2x}=0$ et $\lim_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x}=+\infty$ et $\lim_{x\to+\infty}e^x=+\infty$

alors on a $\begin{cases}\lim_{+\infty}f(x)=-\infty\\ \lim_{+\infty}\frac{f(x)}{x}=-\infty\end{cases}$

alors l'axe des ordonnées est une branche parabolique à (C)

0,75

0,5

N.B : il est interdit au candidat de signer sa composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer sa provenance au voisinage de $+\infty$.

4a) on a f est dérivable sur $\mathbb{R}$ telque :

$(\forall x\in\mathbb{R})$ $f'(x) = \left(-x+\frac{5}{2}-\frac{1}{2}e^{x-2}(e^{x-2}-4)\right)'$

$= -1-\left(\frac{1}{2}e^{x-2}\right)'(e^{x-2}-4)-\frac{1}{2}e^{x-2}(e^{x-2}-4)'$

$= -1-\frac{1}{2}e^{x-2}(e^{x-2}-4)-\frac{1}{2}e^{x-2}\times e^{x-2}$

$= -1-\frac{1}{2}e^{2(x-2)}+\frac{1}{2}\times 4e^{x-2}-\frac{1}{2}e^{2(x-2)}$

$= -(e^{x-2})^2+2\times 1e^{x-2}-1^2$

$= -\left((e^{x-2})^2-2\times 1e^{x-2}+1^2\right)$

$= -(e^{x-2}-1)^2$

0,5

4b) on a $(\forall x\in\mathbb{R})$ $f'(x) = -(e^{x-2}-1)^2$

alors $(\forall x\in\mathbb{R})$ $f'(x)\leq 0$

car $(\forall x\in\mathbb{R})$ $(e^{x-2}-1)^2\geq 0$

alors

x	$-\infty$ $+\infty$
$f'(x)$	$-$
f	$+\infty$ ↘ $-\infty$

0,25

5) on a f est deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$ telque

$(\forall x\in\mathbb{R})$ $f''(x) = \left(-(e^{x-2}-1)^2\right)'$

$= -2(e^{x-2}-1)'(e^{x-2}-1)$

$= -2e^{x-2}(e^{x-2}-1)$

$= 2e^{x-2}(1-e^{x-2})$

et on a $(\forall x\in\mathbb{R})$ $2e^{x-2}>0$

alors le signe de $f''(x)$ est celui de $(1-e^{x-2})$ sur $\mathbb{R}$.

تنبيه : يمنع على المترشح أن يمضي ورقته أو يجعل أية علامة يمكنها أن تبين أصله

امتحان شهادة البكالوريا

النقطة النهائية
.... /20
....
على عشرون

الشعبة/المسلك : ....

مادة : ....

التقدير المفسر للنقطة

....

خاص بالأكاديمية

....

اسم المصحح وتوقيعه (ها) : ....

on a pour $1 - e^{x-2} = 0$
$\Leftrightarrow e^{x-2} = 1$
$\Leftrightarrow x - 2 = 0$
$\Leftrightarrow x = 2$
et on a $\forall$ pour $1 - e^{x-2} \geq 0$
$\Leftrightarrow 1 \geq e^{x-2}$
$\Leftrightarrow 2 \geq x$
donc $\forall x \in]-\infty ; 2]$ $1 - e^{x-2} \geq 0$
$\Leftrightarrow \forall x \in]-\infty ; 2]$ $f''(x) \geq 0$
et on a pour $1 - e^{x-2} \leq 0$
$\Leftrightarrow 1 \leq e^{x-2}$
$\Leftrightarrow 2 \leq x$
donc $\forall x \in [2 ; +\infty[$ on a $1 - e^{x-2} \leq 0$
d'où $\forall x \in [2 ; +\infty[$ $f''(x) \leq 0$

0,75

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f''(x)$	$+$	0	$-$
concavité de (C)		point d'inflexion	

et on a $f(2) = -2 + \frac{5}{2} - \frac{1}{2} e^{2-2} (e^{2-2} - 4) = 2$

d'où (C) admet un seul point d'inflexion de coordonnées $(2 ; 2)$ soit $A(2 ; 2)$

6) on a f est continue et décroissante sur $]2 + \ln(3) ; 2 + \ln(4)[$

et on a $f(2 + \ln(4)) = -(2 + \ln(4)) + \frac{5}{2} - \frac{1}{2} e^{2-2+\ln(4)} (e^{\ln(4)} - 4)$

$= \frac{1}{2} - \ln(4) \simeq -0.88 < 0$

0,5

et $f(2 + \ln(3)) = -(2 + \ln(3)) - \frac{1}{2} e^{\ln(3)} (e^{\ln(3)} - 4) + \frac{5}{2}$

$= -2 - \ln(3) + \frac{3}{2} + \frac{5}{2} \simeq 0.9 > 0$

ROYAUME DU MAROC

MINISTÈRE DE L'EDUCATION NATIONALE
DE LA FORMATION PROFESSIONNELLE
DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

EXAMEN DU BACCALAUREAT

Série / Option : ....

COMPOSITION DE : ....

RESERVE AU SECRETARIAT

....

Appréciations de la note chiffrée

....

NOTE DEFINITIVE

.... /20

....

sur vingt

Nom du correcteur et signature : ....

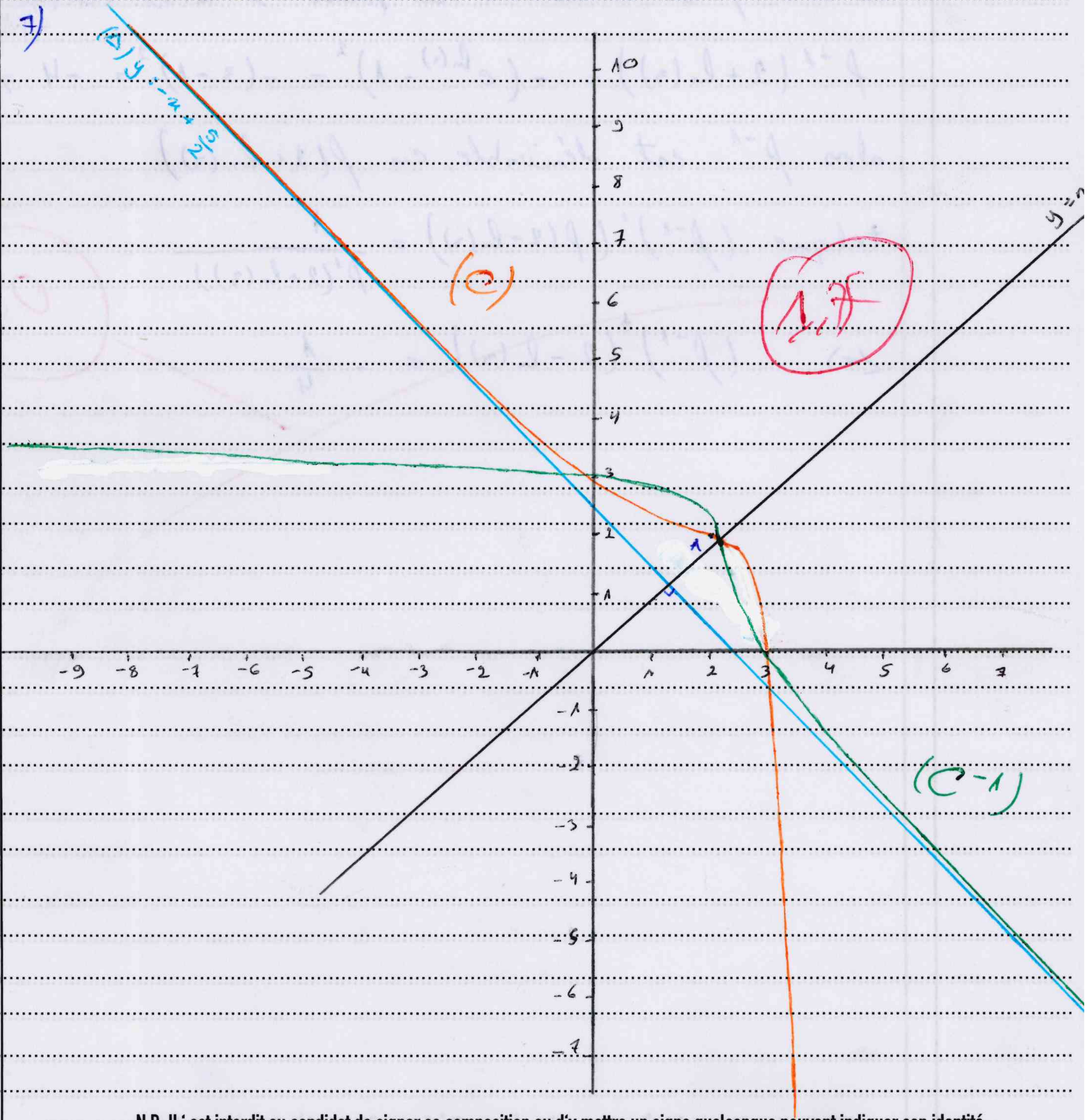
Problème :

0,75

6) alors $f(2+\ln(3)) \times f(2+\ln(4)) < 0$

d'après la VI on a l'équation $f(x)=0$ admet une solution unique α tel que $2+\ln(3) < \alpha < 2+\ln(4)$

7)



–N.B: IL' est interdit au candidat de signer sa composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer son identité.

8a) on a f est continue et décroissante sur $\mathbb{R}$
alors f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur J
telque $J = f(]-\infty, +\infty[)$
$=]\lim_{+\infty} f(x) ; \lim_{-\infty} f(x)[$
$=]-\infty, +\infty[$
alors f^{-1} est définie sur $\mathbb{R}$.

0,5

b) on a (C^{-1}) est la courbe representative de la fonction f^{-1}, alors (C^{-1}) est la symétrie de (C) par rapport à l'axe d'équation $y = x$

c) on a $f^{-1}(2 - \ln(3)) = 2 + \ln(3)$
$\Rightarrow f(2 + \ln(3)) = 2 - \ln(3)$

et on a f est dérivable en point $2 + \ln(3)$ telque :
$f'(2 + \ln(3)) = -(e^{\ln(3)} - 1)^2 = -(3-1)^2 = -4 \neq 0$
alors f^{-1} est dérivable en $f(2 + \ln(3))$
telque $(f^{-1})'(f(2 + \ln(3))) = \frac{1}{f'(2 + \ln(3))}$

$\Leftrightarrow (f^{-1})'(2 - \ln(3)) = -\frac{1}{4}$

0,5