ROYAUME DU MAROC
ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ

Ministère de l'Éducation Nationale du Préscolaire et des Sports
ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ ⴷ ⵓⵙⵍⵎⴷ ⴰⵎⵣⵡⴰⵔⵓ ⴷ ⵜⵓⵏⵏⵓⴼⵉⵏ

EXAMEN DU BACCALAURÉAT

2232

1

Niveau : 2ème Bac Série ou Filière : sc physique [illegible] Session : Juin 2023

733627

Matière : Mathématique

Appréciations expliquant la note chiffrée :

sur 20	Note Globale 20/20
En Lettres	عشرون

NOM DU CORRECTEUR ET SIGNATURE :

RÉSERVÉ AU SECRÉTARIAT

Exercice 1 : 1 - a Montrons que $\vec{AB} \wedge \vec{AC} = 4(2\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k})$:

on a $\vec{AB}(2, 0, -2)$ et $\vec{AC}(2, 4, -4)$

Alors $\vec{AB} \wedge \vec{AC} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 0 & -2 \\ 2 & 4 & -4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & -2 \\ 4 & -4 \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} 2 & -2 \\ 2 & -4 \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} \vec{k}$

$= (0\times(-4) - 4\times(-2))\vec{i} - (2\times(-4) - 2\times(-2))\vec{j} + (2\times4 - 2\times0)\vec{k}$

$= 8\vec{i} + 4\vec{j} + 8\vec{k} = 4(2\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k})$ 0,25

b - En déduisons l'aire du triangle ABC et la distance $d(B,(AC))$:

on a $\vec{AB} \wedge \vec{AC}(8, 4, 8)$ et $\vec{AC}(2, 4, -4)$

$\hookrightarrow S_{ABC} = \dfrac{\|\vec{AB} \wedge \vec{AC}\|}{2} = \dfrac{\sqrt{8^2 + 4^2 + 8^2}}{2} = 6$ 0,25 $\hookrightarrow d_{(B,(AC))} = \dfrac{\|\vec{AB} \wedge \vec{AC}\|}{\|\vec{AC}\|} = \dfrac{\sqrt{8^2 + 4^2 + 8^2}}{\sqrt{2^2 + 4^2 + (-4)^2}} = 2$ 0,25

2 - a - vérifions que $\vec{D\Omega} = \frac{1}{4}(\vec{AB} \wedge \vec{AC})$

on a D milieu du segment [AC] Alors $\begin{cases} x_D = \dfrac{x_A + x_C}{2} = \dfrac{0 + 2}{2} = 1 \\ y_D = \dfrac{y_A + y_C}{2} = \dfrac{1 + 5}{2} = 3 \\ z_D = \dfrac{z_A + z_C}{2} = \dfrac{4 + 0}{2} = 2 \end{cases}$

donc $\begin{cases} D(1, 3, 2) \\ \Omega(3, 4, 4) \end{cases} \Rightarrow \vec{D\Omega}(2, 1, 2) \Rightarrow \vec{D\Omega} = 2\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k} = \frac{1}{4}(8\vec{i} + 4\vec{j} + 8\vec{k})$

$\Rightarrow \vec{D\Omega} = \frac{1}{4}(\vec{AB} \wedge \vec{AC})$ 0,25

b - En déduisons que $d(\Omega,(ABC)) = 3$:

on a B $\vec{D\Omega} = \frac{1}{4}(\vec{AB} \wedge \vec{AC})$, et puisque $\vec{AB} \wedge \vec{AC}$ est un vecteur normal du plan (ABC) et on a $\vec{D\Omega}$ et $(\vec{AB} \wedge \vec{AC})$ sont colinéaires donc $\vec{D\Omega}$ est aussi un vecteur normal de (ABC) $((D\Omega) \perp (ABC))$

on a $\begin{cases} (D\Omega) \perp (ABC) \\ D \in (ABC) \end{cases} \Rightarrow d(\Omega,(ABC)) = D\Omega = \sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2} = 3$ 0,5

3 - a - Déterminons le centre et le rayon de S :

on a $M(x, y, z) \in S \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 8y - 8z + 32 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 - 6x + y^2 - 8y + z^2 - 8z + 32 = 0$

$\Leftrightarrow (x-3)^2 - 9 + (y-4)^2 - \cancel{16} + (z-4)^2 - \cancel{16} + \cancel{32} = 0$

0,5

$\Leftrightarrow (x-3)^2 + (y-4)^2 + (z-4)^2 = 9 = 3^2$

Alors la Sphère (S) est de centre $\Omega(3,4,4)$ et de rayon $R = 3$

b. Montrons que le plan (ABC) est tangent à (S) et determinons leur point d'intersection :

on a $\Omega(3,4,4)$ est le centre de S avec $d(\Omega,(ABC)) = 3 = R$

Alors (ABC) est tangent à (S) en un point H

0,5

$H(x,y,z) \in (D\Omega) \cap (ABC)$

↳ $H(x,y,z) \in (D\Omega) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2t+3 \\ y = t+4 \\ z = 2t+4 \end{cases}$ $t \in \mathbb{R}$ est une représentation paramétrique de (D

↳ $H(x,y,z) \in (ABC) \Leftrightarrow 8x + 4y + 8z + d = 0$

$A(0,1,4) \in (ABC) \Leftrightarrow 8\times 0 + 4\times 1 + 8\times 4 + d = 0 \Rightarrow d = -36$

donc $8x + 4y + 8z - 36 = 0$ Alors $2x + y + 2z - 9 = 0$ est une équ cartésienne du plan (ABC)

$H(x,y,z) \in (D\Omega) \cap (ABC) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2t+3 \\ y = t+4 \\ z = 2t+4 \\ 2x + \; + 2z - 9 = 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow 2(2t+3) + (t+4) + 2(2t+4) - 9 = 0 \Leftrightarrow 4t + 6 + t + 4 + 4t + 8 - 9 = 0$

$\Leftrightarrow 9t = -9 \Leftrightarrow t = -1$

0,25

$\begin{cases} x = 2\times(-1)+3 = 1 \\ y = -1+4 = 3 \\ z = 2\times(-1)+4 = 2 \end{cases}$ Alors $H(1,3,2)$

Donc $D(1,3,2)$ est le point d'intersection de (ABC) et l

4. Determinons une équation cartésienne pour (Q_1) et (Q_2)

↳ on a (Q_1) et (Q_2) les 2 sont parallèles à (ABC) donc Les 3 plans ont le même vecteur normal

donc $(Q_1) : 2x + y + 2z + d = 0$

$(Q_2) : 2x + y + 2z + d' = 0$

↳ (Q_1) et (Q_2) coupent (S) selon un cercle de rayon $\sqrt{5} = r$ et on sait que

$r = \sqrt{R^2 - d^2_{(\Omega,Q)}} \Leftrightarrow r^2 = R^2 - d^2 \Leftrightarrow d = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{9-5} = 2$

Alors $d_{(\Omega,(Q))} = 2 \Leftrightarrow \dfrac{|2\times3+4+2\times4+d|}{\sqrt{2^2+1^2+2^2}} = 2$

$\Leftrightarrow \dfrac{|18+d|}{3} = 2 \Leftrightarrow |18+d| = 6 \Leftrightarrow 18+d=6$ ou $-18-d=6$

$\Leftrightarrow d=-12$ ou $d=-24$

Alors $(Q_1): 2x+y+2z-12=0$ 0,5

$(Q_2): 2x+y+2z-24=0$

Exercice 2: 1- Donnons la forme trigonométrique de a:

on a $a = \sqrt{2}+i\sqrt{2}$; $|a| = \sqrt{(\sqrt{2})^2+(\sqrt{2})^2} = \sqrt{2+2} = 2$

Alors $a = 2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \Rightarrow \begin{cases} \cos(\mathrm{Arg}(a)) = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin(\mathrm{Arg}(a)) = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Rightarrow \mathrm{Arg}(a) \equiv \frac{\pi}{4}[2\pi]$

Alors $a = 2\left(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)$ est la forme trigonométrique de a. 0,25

2-a- Verifions que $b-d=c$:

on a $\begin{cases} b-d = 1+\sqrt{2}+i-2i = 1+\sqrt{2}-i \\ c = \bar{b} = \overline{(1+\sqrt{2}+i)} = 1+\sqrt{2}-i \end{cases}$ 0,25

Alors $b-d=c$

b- Montrons que $(\sqrt{2}+1)(b-a) = b-d$:

on a: ↳ $b-d = 1+\sqrt{2}-i$

↳ $(\sqrt{2}+1)(b-a) = (\sqrt{2}+1)(1+\cancel{\sqrt{2}}+i-\cancel{\sqrt{2}}-\sqrt{2}i) = (\sqrt{2}+1)(1+(1-\sqrt{2})i)$

$= (\sqrt{2}+1)+(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})i = \sqrt{2}+1+(1-2)i = 1+\sqrt{2}-i$ 0,25

Alors $(\sqrt{2}+1)(b-a) = b-d$

Deduisons que les points A, B et D sont alignés:

on a $(\sqrt{2}+1)(b-a) = b-d \Leftrightarrow (\sqrt{2}+1)\vec{AB} = \vec{DB}$ avec $(\sqrt{2}+1) \in \mathbb{R}$ 0,25

donc A, B et D sont alignés (puisque $\vec{AB}$ et $\vec{DB}$ sont colinéaires avec un point com... B)

3-a- verifions que $ac = 2b$.

on a: ↳ $2b = 2(1+\sqrt{2}+i) = 2+2\sqrt{2}+2i$

↳ $ac = (\sqrt{2}+\sqrt{2}i)(1+\sqrt{2}-i) = \sqrt{2}+2-\cancel{\sqrt{2}i}+\cancel{\sqrt{2}i}+2i+\sqrt{2}$ 0,25

$= 2+2\sqrt{2}+2i$

Alors $ac = 2b$

المملكة المغربية
ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
وزارة التربية الوطنية والتعليم الأولي والرياضة

امتحانات نيل شهادة البكالوريا

المستوى : .... الشعبة أو المسلك : .... الدورة : ....

خاص بكتابة الامتحان

المادة : ....

التقدير المفسر للنقطة

النقطة الإجمالية	على 20
	بالحروف

اسم المصحح(ة) و توقيعه(ها) ....

b- En déduisons que : $2Arg(b) \equiv \frac{\pi}{4} [2\pi]$:

on a $ac = 2b \Rightarrow Arg(ac) \equiv Arg(2b) \Rightarrow \begin{cases} Arg(a) + Arg(c) \equiv Arg(2) + Arg(b) \\ \text{avec: } Arg(2) \equiv 0 \ ; \ c = \bar{b} \Rightarrow Arg(c) \equiv Arg(\bar{b}) \end{cases}$

$\Rightarrow Arg(a) + Arg(\bar{b}) = Arg(b) \Rightarrow \begin{cases} Arg(b) \equiv Arg(a) - Arg(\bar{b}) \\ \text{car } Arg(\bar{z}) \equiv -Arg(z) \end{cases}$

$\Rightarrow 2Arg(b) \equiv Arg(a) \equiv \frac{\pi}{4} [2\pi]$ (d'après la question 1)

donc $2Arg(b) \equiv \frac{\pi}{4}$

0,5

4- a- on a $R(M) = M' \Rightarrow \begin{cases} OM = OM' \\ (\vec{OM}, \vec{OM'}) \equiv \frac{\pi}{4} [2\pi] \end{cases}$

Montrons que $z' = \frac{1}{2} a z$

$\Rightarrow z' - 0 = e^{i\pi/4}(z - 0) \Rightarrow z' = \left(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right) z \times 2 \times \frac{1}{2}$

on a $a = 2\left(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)$ (question 1)

Alors $z' = \frac{1}{2} a z$

0,25

b- En déduisons que $R(C) = B$ et $R(A) = D$

on a $ac = 2b \Rightarrow b = \frac{1}{2} ac \Rightarrow R(C) = B$

on a $d = 2i$

$\frac{1}{2} aa = \frac{1}{2} a^2 = \frac{1}{2}(\sqrt{2} + i\sqrt{2})^2 = \frac{1}{2}(2 + 4i - 2) = 2i$

Alors $d = \frac{1}{2} a a \Rightarrow R(A) = D$

0,5

c- Montrons que : $\frac{b-a}{c-a} = \left(\frac{\sqrt{2}-1}{2}\right) a$:

on a $\frac{b-a}{c-a} = \frac{1 + \sqrt{2} + i - \sqrt{2} - \sqrt{2}i}{1 + \sqrt{2} - i - \sqrt{2} - \sqrt{2}i} = \frac{1 + i - \sqrt{2}i}{1 - i - \sqrt{2}i} = \frac{(1 + (1-\sqrt{2})i)}{(1 - (1+\sqrt{2})i)}$

$= \frac{(1 + (1-\sqrt{2})i)(1 + (1+\sqrt{2})i)}{(1 - (1+\sqrt{2})i)(1 + (1+\sqrt{2})i)} = \frac{1 + (1+\sqrt{2})i + (1-\sqrt{2})i - (1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})}{1 + (1+\sqrt{2})^2}$

$= \frac{\cancel{1} + i + \cancel{\sqrt{2}i} + i - \cancel{\sqrt{2}i} - \cancel{1} + 2}{1 + 1 + 2\sqrt{2} + 2} = \frac{2 + 2i}{4 + 2\sqrt{2}} = \frac{1+i}{2+\sqrt{2}} = \frac{(1+i)(2-\sqrt{2})}{(2+\sqrt{2})(2-\sqrt{2})}$

0,98

EXAMEN DU BACCALAURÉAT

5

Niveau : .... Série ou Filière : .... Session : ....

sur 20	Note Globale
En Lettres	

Matière : ....

Appréciations expliquant la note chiffrée :

RÉSERVÉ AU SECRÉTARIAT

NOM DU CORRECTEUR ET SIGNATURE : ....

$\frac{(1+i)(2-\sqrt{2})}{(2+\sqrt{2})(2-\sqrt{2})} = \frac{2-\sqrt{2}+2i-\sqrt{2}i}{2}$

Lo $\left(\frac{\sqrt{2}-1}{2}\right)a = \frac{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+\sqrt{2}i)}{2} = \frac{2+2i-\sqrt{2}-\sqrt{2}i}{2}$

Alors $\frac{b-a}{c-a} = \left(\frac{\sqrt{2}-1}{2}\right)a$

En déduisons une mesure de l'angle $= (\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB})$

on a $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB}) \equiv Arg\left(\frac{b-a}{c-a}\right) \equiv Arg\left(\frac{\sqrt{2}-1}{2}a\right) \equiv Arg\left(\frac{\sqrt{2}-1}{2}\right) + Arg(a)$

$\equiv 0 + \frac{\pi}{4} \equiv \frac{\pi}{4} [2\pi]$

car $\frac{\sqrt{2}-1}{2} \in \mathbb{R} \Rightarrow Arg\left(\frac{\sqrt{2}-1}{2}\right) = 0$

0,25

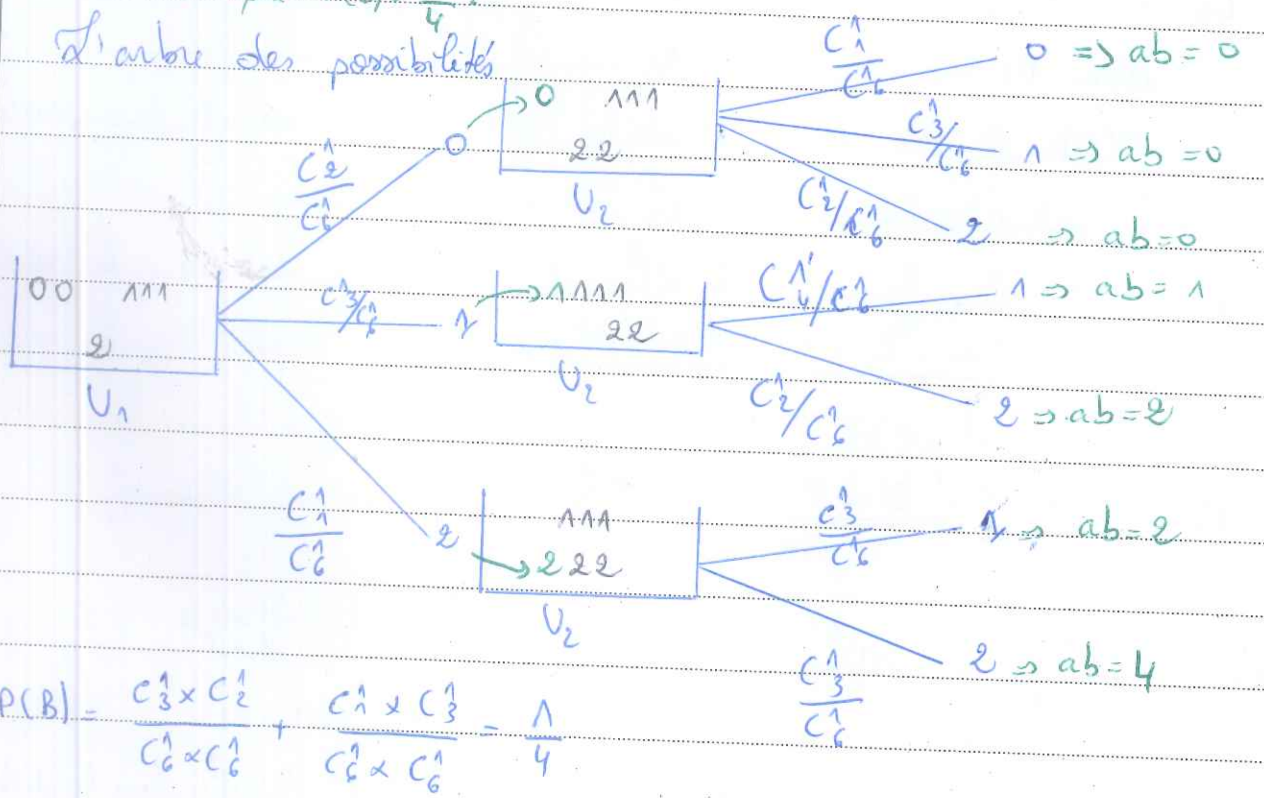
Alors $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB}) \equiv \frac{\pi}{4} [2\pi]$

Exercice 3 : 1. a calculons $P(A)$.

$P(A) = \frac{card(A)}{card(\Omega)} = \frac{C_3^1}{C_6^1} = \frac{1}{2}$

b. Montrons que $P(B) = \frac{1}{4}$:

L'arbre des possibilités



$P(B) = \frac{C_3^1 \times C_2^1}{C_6^1 \times C_6^1} + \frac{C_1^1 \times C_3^1}{C_6^1 \times C_6^1} = \frac{1}{4}$

N.B : il est interdit au candidat(e) de signer sa copie d'Ex...

2 - Calculons $P(A/B)$:

on a $P(A/B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{C_3^1 \times C_2^1}{C_6^1 \times C_6^1}}{\frac{1}{4}} = 2/3$

3 - a Montrons que $P(X=0) = 1/3$

d'après l'arbre des possibilités

$P(X=0) = \frac{C_2^1 \times C_1^1}{C_6^1 \times C_6^1} + \frac{C_2^1 \times C_3^1}{C_6^1 \times C_6^1} + \frac{C_2^1 \times C_2^1}{C_6^1 \times C_6^1} = 1/3$

b - Donnons la loi de Probabilité de X :

3

on a $P(X=0) = 1/3$

$P(X=1) = \frac{C_3^1 \times C_4^1}{C_6^1 \times C_6^1} = \frac{1}{3}$; $P(X=2) = P(B) = \frac{1}{4}$

$P(X=4) = \frac{C_1^1 \times C_3^1}{C_6^1 \times C_6^1} = \frac{1}{12}$

X_i	0	1	2	4
P_i	1/3	1/3	1/4	1/12

c - Montrons que M et N sont equiprobables :

↳ on a M " le probuit ab est pair non nul " donc $ab = 2$ ou $ab = 4$

Alors $P(M) = P(X=2) + P(X=4) = 1/4 + 1/12 = 1/3$

↳ N " le probuit ab est égal à 1 " donc $ab = 1$

Alors $P(N) = P(X=1) = 1/3$

$P(N) = P(M)$ donc M et N sont 2 événement équiprobable

Problème : 1 - a -

on a $f(x) = 2 - \frac{2}{x} + (1 - \ln(x))^2 = 2 - \frac{2}{x} + 1 - 2\ln(x) + \ln^2(x)$

$= \frac{2x - 2 + x - 2x\ln(x) + x\ln^2(x)}{x}$

0,25

Alors $f(x) = \frac{3x - 2 - 2x\ln(x) + x(\ln(x))^2}{x}$

b - on a $\lim_{x\to 0^+} x(\ln(x))^2$; on pose $t = \sqrt{x} \Rightarrow x = t^2$

$x \to 0^+ \Rightarrow t \to 0^+$

0,5

Alors $\lim_{x\to 0^+} x(\ln(x))^2 = \lim_{t\to 0^+} t^2(\ln(t^2))^2 = \lim_{t\to 0^+} 4t^2(\ln(t))^2 = \lim_{t\to 0^+} 4(t\ln(t))^2 =$

$\left(\text{car } \lim\limits_{t \to 0^+} t\ln(t) = 0\right)$

b. $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\ln^2(x)}{x}$; on pose $t = \sqrt{x} \Rightarrow x = t^2$

$x \to +\infty \Rightarrow t \to +\infty$

Alors $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\ln^2(x)}{x} = \lim\limits_{t \to +\infty} \dfrac{\ln^2(t^2)}{t^2} = \lim\limits_{t \to +\infty} \dfrac{4(\ln(t))^2}{t^2} = \lim\limits_{t \to +\infty} 4\left(\dfrac{\ln(t)}{t}\right)^2$

$= 0$ $\left(\text{car } \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\ln(t)}{t} = 0\right)$

c. $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{3x - 2 - 2x\ln(x) + x(\ln(x))^2}{x} = \dfrac{0 - 2 - 0 + 0}{0^+} = -\infty$

0,5

car $\lim\limits_{x \to 0^+} x\ln(x) = 0$ et $\lim x(\ln(x))^2 = 0$ d'après la question précédente

$\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = -\infty \Rightarrow C_f$ admet une asymptote verticale au voisinage de 0^+

d. $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} 2 - \dfrac{2}{x} + (1 - \ln(x))^2 = 2 - 0 + (1 - \infty)^2 = +\infty$

$\left(\text{car } \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{2}{x} = 0 \text{ et } \lim\limits_{x \to +\infty} \ln(x) = +\infty\right)$

$\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\dfrac{3x - 2 - 2x\ln(x) + x(\ln(x))^2}{x}}{x} = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{3x - 2 - 2x\ln(x) + x(\ln(x))^2}{x^2}$

$= \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{3}{x} - \dfrac{2}{x^2} - 2\dfrac{\ln(x)}{x} + \dfrac{(\ln(x))^2}{x} = 0 - 0 - 0 + 0$

car $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{3}{x} = 0$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\ln(x)}{x} = 0$

$\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{2}{x^2} = 0$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{(\ln(x))^2}{x}$ (d'après la question 1-b)

0,75

on a $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x} = 0$

Alors C_f admet une branche parabolique de direction (Ox)

l'axe des abscisses au voisinage de $+\infty$.

2- on a f est dérivable sur $]0, +\infty[$

$f'(x) = \left(2 - \dfrac{2}{x} + (1 - \ln(x))^2\right)' = 0 + 2 \times \dfrac{1}{x^2} + 2(1 - \ln(x))(1 - \ln(x))'$

$= \dfrac{2}{x^2} + 2(1 - \ln(x)) \times \dfrac{-1}{x} = \dfrac{2}{x^2} - \dfrac{2 - 2\ln(x)}{x} = \dfrac{2 - 2x + 2x\ln(x)}{x^2}$

0,5

$= \dfrac{2(1 - x + x\ln(x))}{x^2}$

النقطة الإجمالية	على 20
	بالحروف

التقدير المفسر للنقطة

3-a- D'après le tableau de variation de f' on remarque que $\forall x \in]0{,}+\infty[$ $f'(x) \geq 0$

Alors f est strictement croissante sur $]0,+\infty[$ 0,25

0,125

b- on a $f'(x)$ est croissante sur $[1,\beta]$ donc $\forall x \in [1,\beta]$ $f''(x) \geq 0$

$f'(x)$ est décroissante sur $]0,1[\cup]\beta,+\infty[$ donc $\forall x \in]0,1[\cup]\beta,+\infty[$ $f''(x) \leq 0$

0,5

x	0		1		β		$+\infty$
signe de f''	‖	$-$	0	$+$	0	$-$	

c-

x	0		1		β		$+\infty$
f''	‖	$-$	0	$+$	0	$-$	
concavité de C_f	‖	concave		convexe		concave	

0,75

0,25

avec les points d'abscisses 1 et β sont les 2 points d'inflexion de C_f et d'ordonnées $f(1)$ et $f(\beta)$

4-a- graphiquement on a : * $g(x) \geq 0$ $\forall x \in [\alpha ; 1]$

* $g(x) \leq 0$ $\forall x \in]0, \alpha] \cup [1, +\infty[$ 0,5

b- on a $g(x) = f(x) - x = f(x) - y$

* $g(x) \geq 0 \Rightarrow f(x) - y \geq 0 \Rightarrow C_f$ est au dessus de (Δ) sur $[\alpha, 1]$

* $g(x) \leq 0 \Rightarrow f(x) - y \leq 0 \Rightarrow C_f$ est au dessous de (Δ) sur $]0,\alpha] \cup [1,+\infty[$

§

0,5

ROYAUME DU MAROC

Ministère de l'Éducation Nationale du Préscolaire et des Sports

EXAMEN DU BACCALAURÉAT

Niveau : .... Série ou Filière : .... Session : ....

sur 20	Note Globale
En Lettres	

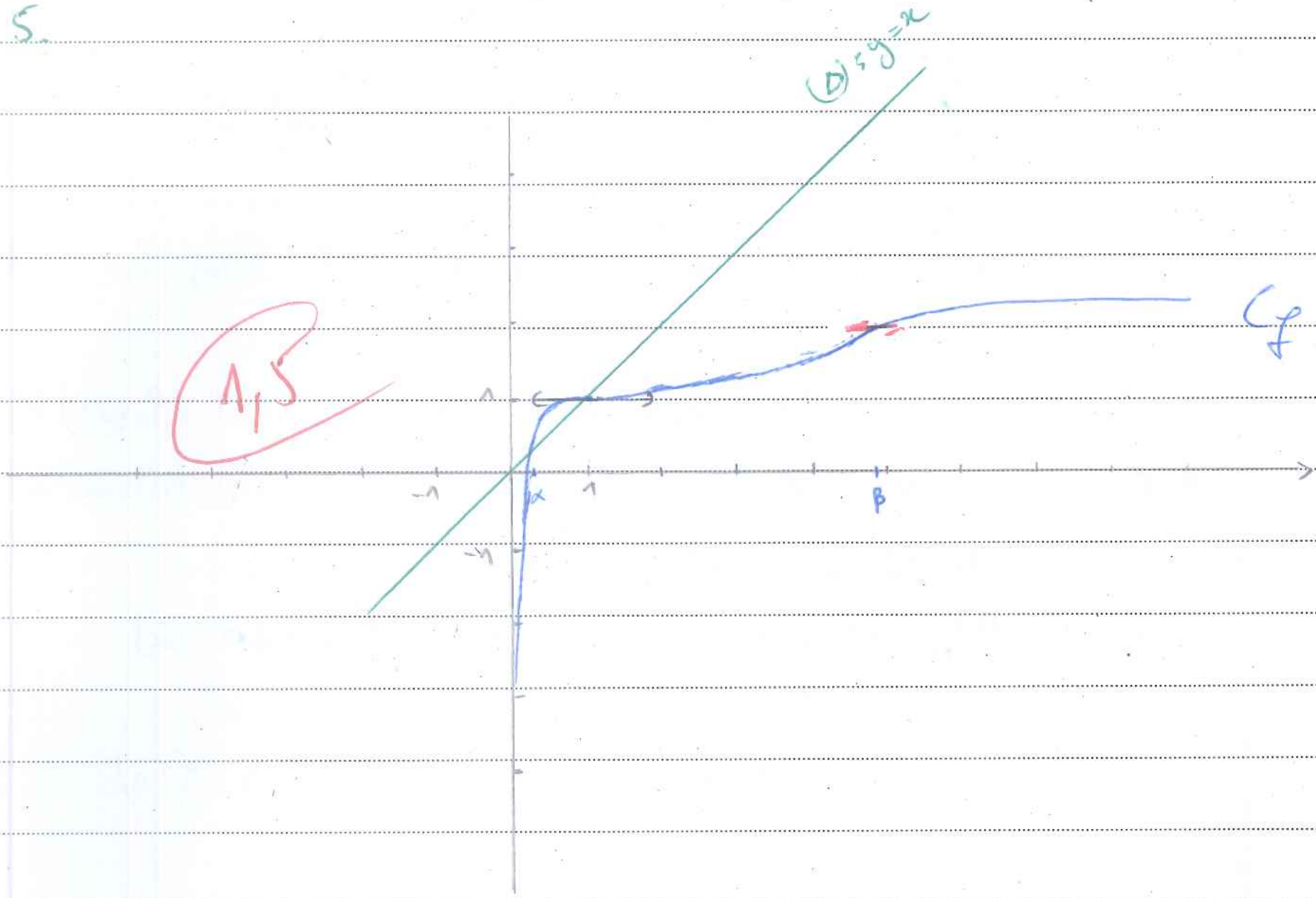
Matière : ....

Appréciations expliquant la note chiffrée : ....

NOM DU CORRECTEUR ET SIGNATURE : ....

RÉSERVÉ AU SECRÉTARIAT

5.



6-a on a $(2x - x\ln(x))' = 2 - x'\ln(x) - x\ln(x)' = 2 - \ln(x) - 1 = 1 - \ln(x)$

Alors la fonction $x \to 2x - x\ln(x)$ est un primitive de la fonction $x \to 1 - \ln(x)$.

0,5

b- $\int_\alpha^1 (1-\ln(x))^2 \, dx$; on pose $\begin{cases} u(x) = 1-\ln(x) \\ v'(x) = 1-\ln(x) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u'(x) = -\frac{1}{x} \\ v(x) = 2x - x\ln(x) \end{cases}$

Alors $\int_\alpha^1 (1-\ln(x))^2 = \left[(1-\ln(x))(2x - x\ln(x))\right]_\alpha^1 - \int_\alpha^1 -2 + \ln(x) \, dx$

$= \left[(1-\ln(x))(2x - x\ln(x))\right]_\alpha^1 - \left[-2x + x\ln(x) - x\right]_\alpha^1$

$= (1-0)\times(2-0) - (1-\ln(\alpha))(2\alpha - \alpha\ln(\alpha)) + 2 + 1 - 2\alpha + \alpha\ln(\alpha) - \alpha$

$= 2 - 2\alpha + \alpha\ln(\alpha) + 2\alpha\ln(\alpha) - \alpha\ln^2(\alpha) + 3 - 3\alpha + \alpha\ln(\alpha)$

1

10

$= 5 - 5\alpha + 4\alpha\ln(\alpha) - \alpha\ln^2(\alpha) = 5(1-\alpha) + \alpha(4-\ln(\alpha))\ln(\alpha)$

c- $S = \int_\alpha^1 |f(x) - y|\,dx \overset{UA}{=} \int_\alpha^1 |f(x) - 0|\,dx \overset{UA}{=} \int_\alpha^1 |f(x)|$ UA

on a graphiquement $f(x) > 0 \ \forall x \in]1\ \alpha]$ Alors $|f(x)| = f(x)$

donc $S = \int_\alpha^1 f(x)dx \overset{UA}{=} \int_\alpha^1 2 - \frac{2}{x} + (1 - \ln(x))^2\,dx$ UA

$= \left(\int_\alpha^1 2 - \frac{2}{x}\,dx + \int_\alpha^1 (1-\ln(x))^2\,dx\right)$ UA

0,75 $= \left([2x - 2\ln(x)]_\alpha^1 + 5(1-\alpha) + \alpha(4 - \ln(\alpha))\ln(\alpha)\right)$ UA

$= \left(2 - 2\alpha - 2\ln(\alpha) + 5(1-\alpha) + \alpha(4-\ln(\alpha))\ln(\alpha)\right) \times 1\,cm$

7-a- pour $n = 0$; $\alpha \leq U_0 \leq 1 \Rightarrow U_0 \in [\alpha, 1]$ ce qui est vrai

supposons que $\alpha \leq U_n \leq 1$ et montrons que $\alpha \leq U_{n+1} \leq 1$

on a $\begin{cases} f \text{ est continue et croissante sur } [\alpha\ 1] \\ \alpha \leq U_n \leq 1 \end{cases}$

Alors $\alpha \leq U_n \leq 1 \Rightarrow f(\alpha) \leq f(U_n) \leq f(1)$

$\Rightarrow \alpha \leq U_{n+1} \leq 1$

car α et 1 sont des solution de l'équation $f(x) - x = 0$

$\Rightarrow \begin{cases} f(\alpha) = \alpha \\ f(1) = 1 \end{cases}$

0,5

par recurrence $\forall n \in \mathbb{N} \quad \alpha \leq U_n \leq 1$

b- on a $f(x) - x \geq 0 \ \forall x \in [\alpha, 1]$ et puisque $\alpha \leq U_n \leq 1$

donc $f(U_n) - U_n \geq 0 \Rightarrow U_{n+1} - U_n \geq 0$

0,5

donc (U_n) est croissante

c- on a U_n est croissante et majorée donc elle est convergente

on a $\begin{cases} f \text{ est continue sur } [\alpha, 1] \\ f([\alpha, 1]) \in [\alpha, 1] \\ U_0 \in [\alpha\ 1] \\ (U_n) \text{ est convergente} \end{cases}$

Alors $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$ est une solution de f l'équation $f(x)=x$

d'après la question 4 cette équation admet 2 solution

α et 1

puisque $\alpha \leq U_n \leq 1$ et U_n est croissante

donc $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n = 1$

0,75