Veuillez placer votre autocollant avec le code secret au bon endroit

Numéro d'archivage 965/35

EXAMEN D'OBTENTION DU CERTIFICAT DU BACCALAUREAT

Royaume du Maroc

Ministère de l'Éducation Nationale du Préscolaire et des Sports

Série ou Option : ....

Date d'examen : ....

Matière de : الرياضيات

Nom et Signature du correcteur : ....

Note globale	
En chiffres	18,25 /20
En lettres	

NOTATION PARTIELLE	
0,25	
0,25	
0,5	
0,5	
TOTAL NOTE/PAGE	

Ex2:

1) we have $\vec{n}$ normal vector of (P) so,

$P : 2x-2y+3+d=0$ and $A\in(P)$

$2(1)-2\times(0)+(-1)+d=0$

$d=3$

so cartesian equation of (P) is:

$(P): 2x-2y+3+3=0$

2) we have Ω center of sphere and 5 it radius so

$(S): (x-2)^2+(y+1)^2+(3)^2=25$

3) a) $d(\Omega;(P)) = \dfrac{|ax+by+cz+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$

$= \dfrac{|2\times2+(-2)\times(-1)+1\times(0)+3|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+(1)^2}}$

$= \dfrac{9}{\sqrt{9}} = 3$

b) we have $d(\Omega;(P)) < R$ $\quad 3<5$

therefor plan (P) intersects with sphere (S) along circle (T) with radius r

we know:

$d^2+r^2=R^2$

$r=\sqrt{R^2-d^2}$

$r=\sqrt{5^2-3^2}$

$\boxed{r=4}$

4) we have (Δ) is orthogonal to plane (P) so normal vector of (P) is director of (Δ)

Thus $\vec{n}$ is director vector of (Δ)

8,5

N.B : Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant révéler leur identité

NOTATION PARTIELLE

Ex 2

4) a) So parametric representation of (Δ):

$$(\Delta)\begin{cases} x = x_A + 2t \\ y = y_A - 2t \\ z = z_A + 1t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

0,5

and we know (Δ) passes through Ω so $\Omega \in (\Delta)$

$$(\Delta)\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 - 2t \\ z = t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

4) b) we know that (Δ) is the orthogonal projection on (P) passing by center of (S) so the intersection of (Δ) with (P) is center of circle (T)

$2(2+2t) - 2(-1-2t) + t + 3 = 0$

$4 + 4t + 2 + 4t + t + 3 = 0$

$9t = -9$

$t = -1$

0,5

$$\Delta\begin{cases} x = 2 + 2(-1) \\ y = (-1) - 2(-1) \\ z = (-1) \end{cases} \qquad \Delta\begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \\ z = -1 \end{cases}$$

Thus $H(0; 1 - 1)$ is the center of (T)

c) we know (Δ) is orthogonal to (P) and $H \in (\Delta)$ and

$\|AH\| = \|BH\|$

$$\sqrt{(x_H - x_A)^2 + (y_H - y_A)^2 + (z_H - z_A)^2} = \sqrt{(x_H - x_B)^2 + (y_H - y_B)^2 + (z_H - z_B)^2}$$

$$\sqrt{(0-(-1))^2 + (1-0)^2 + (-1+1)^2} = \sqrt{(0-1)^2 + (1-2)^2 + (-1+1)^2}$$

0,25

$$\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

So (Δ) is right bisector of segment $[AB]$

TOTAL NOTE/PAGE

N.B : Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant révéler leur identité

النقطة الجزئية

Ex 1 :

1) a) $4 - \frac{6}{1+U_n} = \frac{4+4U_n-6}{1+U_n}$ for $n \in \mathbb{N}$

$= \frac{4U_n - 2}{1+U_n}$

$= U_{n+1}$

0,25

b)

~~what~~ we have for $n=0$

$U_0 = 4$ and $2 \leqslant 4 \leqslant 4$ so $2 \leqslant U_0 \leqslant 4$ is True

we suppose $2 \leqslant U_n \leqslant 4$ for $n \in \mathbb{N}$

we show that

$2 \leqslant U_{n+1} \leqslant 4$ is True

we have ~~Un~~

$2 \leqslant U_n \leqslant 4$

$3 \leqslant 1+U_n \leqslant 5$

$\frac{1}{5} \leqslant \frac{1}{1+U_n} \leqslant \frac{1}{3}$

$\frac{6}{5} \leqslant \frac{6}{1+U_n} \leqslant \frac{6}{3}$

$-\frac{6}{3} \leqslant \frac{-6}{1+U_n} \leqslant -\frac{6}{5}$

$4 - \frac{6}{3} \leqslant 4 - \frac{6}{1+U_n} \leqslant 4 - \frac{6}{5}$

$2 \leqslant U_{n+1} \leqslant 2,8$

$2 \leqslant U_{n+1} \leqslant 4$

0,5

Thus by induction $2 \leqslant U_n \leqslant 4$

2) a $U_{n+1} - U_n = \frac{4U_n - 2}{1+U_n} - U_n$

$= \frac{4U_n - 2 - U_n - U_n^2}{1+U_n}$

$= \frac{-U_n^2 + 3U_n - 2}{1+U_n}$ and $(U_n - 1)(2 - U_n)$

$= 2U_n - U_n^2 - 2 + U_n$

so $= \frac{(U_n-1)(2-U_n)}{1+U_n}$ $= -U_n^2 + 3U_n - 2$

0,25

مجموع نقط الصفحة

تنبيه : يمنع على المترشح(ة) الإمضاء أو وضع أي علامة يمكنها كشف هويته(ا)

يرجى وضع ملصق الرمز السري هنا

المملكة المغربية
ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
وزارة التربية الوطنية والتعليم الأولي والرياضة
ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ
ⴷ ⵓⵙⵍⵎⴷ ⴰⵎⵣⵡⴰⵔⵓ ⴷ ⵜⵉⵏⵏⴰⵔⵓⵣⵉⵏ

امتحان نيل شهادة البكالوريا

الشعبة أو المسلك : ....

تاريخ الامتحان: ....

المادة: ....

النقطة النهائية	
....../20	بالأرقام
....	بالحروف

إسم وتوقيع المصحح(ة): ....

رقم الأرشفة

النقطة الجزئية

Ex 1 :

2) b) sign of $U_{n+1} - U_n$ depends on $\frac{(U_n - 1)(2 - U_n)}{1 + U_n}$

we have $2 \leq U_n \leq 4$

$0 < 1 \leq U_n - 1 \leq 3$

and $-2 \leq 2 - U_n \leq 0$

and $3 \leq U_n + 1 \leq 5$

$U_n - 1 > 0$

$2 - U_n < 0$

$1 + U_n > 0$

so $U_{n+1} - U_n < 0$

$U_{n+1} < U_n$

so U_n is decreasing

0,5

we have U_n decreasing and $2 \leq U_n$

so U_n is Convergent

3) $\cancel{\frac{V_{n+1}}{V_n} = \frac{2 - U_{n+1}}{}}$

$\frac{V_{n+1}}{V_n} = \frac{\frac{2 - U_{n+1}}{1 - U_{n+1}}}{\frac{2 - U_n}{1 - U_n}}$

$= \frac{2 - \frac{4U_n - 2}{1 + U_n}}{1 - \frac{4U_n - 2}{1 + U_n}}$

$\frac{V_{n+1}}{V_n} = \frac{}{\frac{2 - U_n}{1 - U_n}}$

$\frac{V_{n+1}}{V_n} = \frac{\frac{2 + 2U_n - 4U_n + 2}{1 + U_n}}{\frac{1 + U_n - 4U_n + 2}{1 + U_n}}$

$\frac{2 - U_n}{1 - U_n}$

$= \frac{\frac{4 - 2U_n}{3 - 3U_n}}{\frac{2 - U_n}{1 - U_n}}$

$= \frac{\frac{2}{3}\left(\frac{2 - U_n}{1 - U_n}\right)}{\frac{2 - U_n}{1 - U_n}}$

$\frac{V_{n+1}}{V_n} = \frac{2}{3}$ Thus V_n is geometric sequence with ratio $\frac{2}{3}$

$V_{n+1} = \frac{2}{3} V_n$

0,5

مجموع نقط الصفحة

تنبيه: يمنع على المترشح(ة) الإمضاء أو وضع أي علامة يمكنها كشف هويته(ا)

secret ici

EXAMEN D'OBTENTION DU CERTIFICAT DU BACCALAUREAT

Royaume du Maroc

Ministère de l'Éducation Nationale du Préscolaire et des Sports

Série ou Option : ....

Date d'examen : ....

Matière de : ....

Nom et Signature du correcteur : ....

Numéro d'archivage

Note globale	
En chiffres	......./20
En lettres	....

NOTATION PARTIELLE

Problem Part 2:

b) thus V.R of f is

x	$-\infty$		)		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1,46	↘	$-\infty$

0,5

c) we have f derivable on $\mathbb{R}$ so Continuous on $\mathbb{R}$ especially $]-1;0[$ and on that interval f is strictly monotone

on $f(]-1;0[) =]\lim_{-1} f(x) ; \lim_{0} f(x)[$

$=]-0,31;1[$ and $0 \in]-0,31;1[$

thus f admits a unique Solution $f(x)=0$ on $]1;0[$

0,75

4) a) $f(x) = x$ admits two Solutions because C_f intersects with x twice

0,5

b) $\cancel{f(\alpha-\beta) = \alpha-\beta}$

$\cancel{\alpha-\beta+1-\ln(e^{\alpha-\beta}-\alpha(\beta)) = \alpha-\beta \; 0}$

$\cancel{\ln(e^{\alpha-\beta}-\alpha+\beta) = 1+\beta-\alpha}$

$\cancel{e^{\alpha-\beta}-\alpha+\beta = e \ln}$

$\cancel{e^{\alpha-\beta} = \alpha-\beta}$

and $f(\alpha)-f(\beta) = \alpha+1-\ln(e^{\alpha}-\alpha) - \beta - 1 + \ln(e^{\beta}-\beta)$

$= \alpha-\beta$

so

$\alpha - e^{\alpha} - e^{\beta} - \alpha - \beta$

we know at α an β $f(x) = (x)$

so $f(\alpha) = \alpha$ and $f(\beta) = \beta$

$f(\alpha) - f(\beta) = \alpha - \beta$

0,25

3,5

N.B : Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant révéler leur identité

TOTAL NOTE/PAGE

NOTATION PARTIELLE

Problem Part 2

5) a) g on $[-\infty ; 1]$ is strictly monotone and continuous thus g admits a reciprocal fct g^{-1} on interval $J = g(I)$

0,5

$= g(\cancel{-\infty}$

$=]\lim_{-\infty} g(x) ; g(1)]$

$J =]-\infty ; 1,46]$

b) g^{-1})

$(g^{-1})'(1) = \frac{1}{g'(1)}$

$= \cancel{0,86}$

$= \frac{1}{g'(g^{-1}(1))}$

0,5

$= \frac{1}{g(1,46)}$

$= \frac{1}{}$

$(g^{-1})'(1) = -6,19$

TOTAL NOTE/PAGE

N. B : Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant révéler leur identité

النقطة الجزئية

Ex 3:

3) c)

$b' = e^{i\frac{\pi}{6}} b$ and $b = \frac{3+\sqrt{3}}{3} e^{i\frac{\pi}{3}} \cdot a$

$= e^{i\frac{\pi}{6}} \left(\frac{3+\sqrt{3}}{3}\right) a$

$= \frac{3+\sqrt{3}}{3} \cdot \left[1 ; \frac{\pi}{6}\right] \cdot \left[\sqrt{6} ; \frac{\pi}{4}\right]$

$= \frac{3+\sqrt{3}}{3} \cdot \left[\sqrt{6} ; \frac{-\pi}{12}\right]$ becaus $\bar{a} = \left[\sqrt{6} ; \frac{-\pi}{12}\right]$

$= \frac{3+\sqrt{3}}{3} \bar{a}$

d) $\frac{z_A - z_0}{z_{b'} - z_0} = \frac{z_a - z_0}{z_b - z_0}$

$=$

0,1

مجموع نقط الصفحة

تنبيه: يمنع على المترشح(ة) الإمضاء أو وضع أي علامة يمكنها كشف هويته(ا)

وزارة التربية الوطنية والتعليم الأولي والرياضة

امتحان نيل شهادة البكالوريا

الشعبة أو المسلك : ....

تاريخ الامتحان: ....

المادة: ....

اسم وتوقيع المصحح(ة): ....

النقطة النهائية	
بالأرقام	....../20
بالحروف	....

رقم الأوراق

تنبيه: يمنع على المترشح(ة) الإمضاء أو وضع أي علامة يمكنها كشف هويته(ا)

النقطة الجزئية

مجموع نقط الصفحة

Veuillez placer votre autocollant de code secret ici

EXAMEN D'OBTENTION DU CERTIFICAT DU BACCALAUREAT

Royaume du Maroc

Ministère de l'Éducation Nationale du Préscolaire et des Sports

Série ou Option : ....

Date d'examen : ....

Matière de : ....

Numéro d'archivage

Nom et Signature du correcteur : ....

Note globale	
En chiffres	......./20
En lettres	....

NOTATION PARTIELLE

Ex 1

3) b) we know $v_{n+1} = 2v_n$ is geometric so it general term is

$$v_n = v_p \cdot q^{n-p}$$
$$= v_0 \cdot q^n$$
$$= \frac{2-u_0}{1-u_0} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^n$$
$$= \frac{-2}{-3} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^n$$
$$v_n = +\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}$$

and also $v_n = \frac{2-u_n}{1-u_n}$

0,5

$$(1-u_n)v_n = 2-u_n$$
$$v_n - u_n v_n = 2-u_n$$
$$u_n(1-v_n) = 2-v_n$$
$$u_n = \frac{2-v_n}{1-v_n}$$
$$= \frac{2-\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}}{1-\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}}$$

and $1 + \frac{1}{1-\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}} =$

$$\Leftrightarrow = \frac{1-\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1} + 1}{1-\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}}$$
$$= \frac{2-\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}}{1-\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}}$$

So $u_n = 1 + \frac{1}{1-\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}}$

c) $\lim_{+\infty} u_n = \lim_{+\infty} 1 + \frac{1}{1-\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}}$

$= 2$ because $-1 < q < 1$

$-1 < \frac{2}{3} < 1$

0,5

TOTAL NOTE/PAGE

N.B : Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant révéler leur identité

NOTATION PARTIELLE

0,5

0,5

Ex 3 :

1) $a = \sqrt{3}(1-i)$

$= \sqrt{3} - \sqrt{3}i$

$|a| = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + (\sqrt{3})^2}$

$|a| = \sqrt{6}$

$a = \sqrt{6}\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}}i\right)$

$= \cancel{\sqrt{6}\left(\ldots\right)}$

$= \sqrt{6}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i\right)$

$= \sqrt{6}\left(\cos\left(\frac{-\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{-\pi}{4}\right)\right)$

Soit $\arg(a) = \frac{-\pi}{4}\ [2\pi]$

$\cancel{2)\ \frac{b}{a} = \frac{2+\sqrt{3}+i}{\sqrt{3}(1-i)}}$

$\cancel{\frac{3+\sqrt{3}}{6}} + \cancel{\left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)i} = \cancel{\frac{3+\sqrt{3}+3i+i3\sqrt{3}}{6}}$

$=$

2) a) $\frac{b}{a} = \frac{2+\sqrt{3}+i}{\sqrt{3}(1-i)}$

$= \frac{2+\sqrt{3}+i}{\sqrt{3}-i\sqrt{3}}$

$= \frac{(2+\sqrt{3}+i)(\sqrt{3}+i\sqrt{3})}{3+3}$

$= \frac{2\sqrt{3}+i2\sqrt{3}+3+i3+i\sqrt{3}-\sqrt{3}}{6}$

$= \left(\frac{2\sqrt{3}+3}{6} + i\right)$

$= \frac{\sqrt{3}+i3\sqrt{3}+3+i3}{6}$

$= \frac{3+\sqrt{3}}{\ldots}, \left(1+\sqrt{3}\right.$):

Ex 3

2) a) we know

$$\cancel{\frac{b}{a} = \frac{3+\sqrt{3}}{6} + \left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}\right) i}$$

$$\cancel{= \frac{3+\sqrt{3}}{6} + \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) i}$$

$$\cancel{= \frac{3+\sqrt{3}}{6} + e^{i\frac{\pi}{3}}}$$

$$\frac{b}{a} = \frac{3+\sqrt{3}}{3} e^{i\frac{\pi}{3}} = \left[\frac{3+\sqrt{3}}{3} ; \frac{\pi}{3}\right] \cancel{\left[\sqrt{6} ; \frac{-\pi}{4}\right]}$$

and

$$\frac{b}{a} = \frac{3+\sqrt{3}}{}$$

b) we know

$$\frac{b}{a} = \frac{3+\sqrt{3}}{3} e^{i\frac{\pi}{3}}$$

$$b = \left[\frac{3+\sqrt{3}}{3} ; \frac{\pi}{3}\right]\left[\sqrt{6} ; \frac{-\pi}{4}\right]$$

$$= \left[\frac{3+\sqrt{3}}{3} \cancel{+} \sqrt{6} ; \frac{\pi}{3} + \frac{-\pi}{4}\right]$$

$$= \left[\frac{3+\cancel{\sqrt{3}+3\sqrt{6}}}{3} ; \frac{1}{12}\pi\right]$$

$$b = \frac{3+\sqrt{3}+3\sqrt{6}}{3}\left(\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)\right)$$

$$b^{24} = \left[\frac{3+\sqrt{3}+3\sqrt{6}}{3} ; \frac{1}{12}\pi\right]^{24}$$

$$= \left[\left(\frac{3+\sqrt{3}+3\sqrt{6}}{3}\right)^{12} ; \frac{24}{12}\pi\right]$$

$$b^{24} = \left[\left(\frac{3+\sqrt{3}+3\sqrt{6}}{3}\right)^{2} ; 2\pi\right]$$

Thus b^{24} is a real number

0,75

تنبيه : يمنع على المترشح(ة) الإمضاء أو وضع أي علامة يمكنها كشف هويته(ا)

النقطة الجزئية

مجموع نقط الصفحة

يرجى وضع ملصق الرمز السري هنا

المملكة المغربية
ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
وزارة التربية الوطنية والتعليم الأولي والرياضة

امتحان نيل شهادة البكالوريا

الشعبة أو المسلك : ....

تاريخ الامتحان: ....

المادة : ....

النقطة النهائية	
بالأرقام	......./20
بالحروف	....

إسم وتوقيع المصحح(ة): ....

رقم الأرشفة

النقطة الجزئية

Ex 3 :

3) a) $z' = e^{i\frac{\pi}{6}}(z - z_\Omega) + z_\Omega$

$z' = \left(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right)(z)$

$= \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}\right) z$

$z = \frac{1}{2}(\sqrt{3} + i) z$

0,1

$a' = \frac{1}{2}(\sqrt{3} + i) a$

$a' = e^{i\frac{\pi}{6}} \cdot a$

$\arg(a') = \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{4}$

$= -\frac{\pi}{12} [2\pi]$

3) b) $a'' = e^{i\frac{\pi}{6}} a'$

$= e^{i\frac{\pi}{6}} \cdot e^{i\frac{\pi}{6}} \cdot a$

$= \left[1; \frac{\pi}{6}\right]\left[1; \frac{\pi}{6}\right]\left[\sqrt{6}; -\frac{\pi}{4}\right]$

$= \sqrt{6}\, e^{i\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{4}\right)}$

$= \sqrt{6}\, e^{i\frac{\pi}{12}}$

0,25

مجموع نقط الصفحة

تنبيه : يمنع على المترشح(ة) الإمضاء أو وضع أي علامة يمكنها كشف هويته(ا)

autocollant de code secret ici

Numéro d'archivage

EXAMEN D'OBTENTION DU CERTIFICAT DU BACCALAUREAT

Royaume du Maroc

Ministère de l'Éducation Nationale du Préscolaire et des Sports

Série ou Option : ....

Date d'examen : ....

Matière de : ....

Nom et Signature du correcteur : ....

Note globale	
En chiffres	....../20
En lettres	....

NOTATION PARTIELLE

Ex 4 :

1) we have $card(\Omega) = C_7^2 = 21 = \frac{A_7^2}{2!}$

$P(A) = \frac{C_4^2 + C_2^2}{2\cancel{1}}$

$= \frac{1}{3}$

2) $P(B) = \frac{C_1^1 \times C_4^1 + C_2^2}{21}$

$= \frac{5}{21}$

3) $P(A \cap B) = \frac{C_2^2}{21}$

$= \frac{1}{21}$

4) $P(A) \times P(B) = \frac{1}{3} \times \frac{5}{21} = \frac{5}{63}$ $\cancel{\ne \frac{1}{21}}$

so $P(A) \times P(B) \neq P(A \cap B)$ so A and are not independent

2

6,25

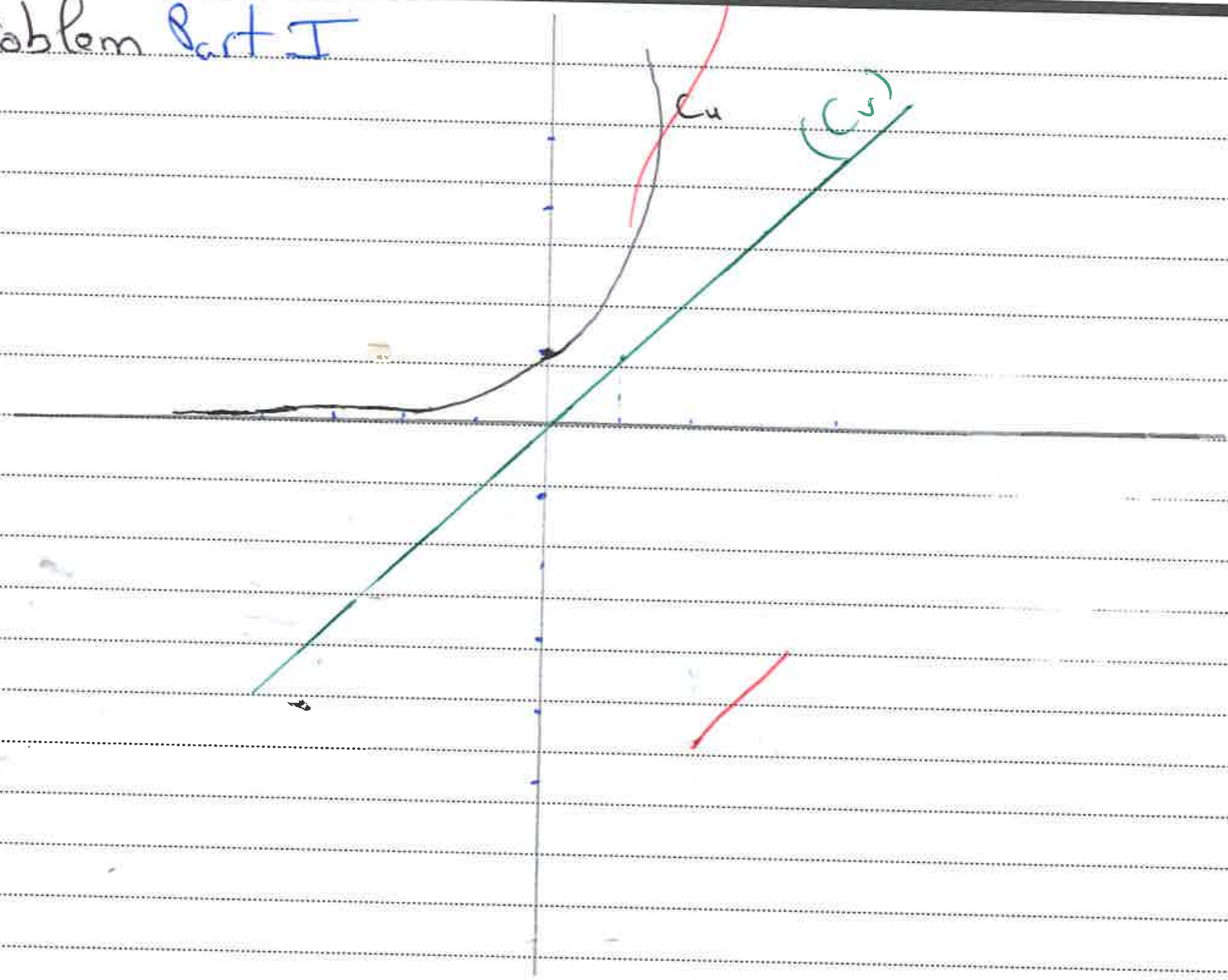
TOTAL NOTE/PAGE

N.B : Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant révéler leur identité

NOTATION PARTIELLE

Problem Part I

1)



0,5

2) because $\forall x \in \mathbb{R}$ C_u is above C_v

so $e^x - x > 0$ ~~and~~

0,25

3) $\int_0^1 e^x - x \, dx = \left[e^x - \frac{x^2}{2} \right]_0^1$

$= e^1 - \frac{1}{2} - e^0 - 0$

$= 2,22$

0,5

Part II

1)a) $\forall x \in \mathbb{R} \{ e^x - x > 0 \}$ and we prove d in question before that $\forall x \in \mathbb{R}$ $e^x > x$

so

$D_f = \mathbb{R}$

0,25

b) $\forall x \in \mathbb{R}$

$f(x) = x + 1 - \ln(e^x - x)$

$= x + 1 - \ln\left(e^x\left(1 - \frac{x}{e^x}\right)\right)$

$= x + 1 - \ln(e^x) - \ln(1 - xe^{-x})$

$= x + 1 - x - \ln(1 - xe^{-x})$

$= 1 - \ln(1 - xe^{-x})$

0,5

TOTAL NOTE/PAGE

N.B : Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant révéler leur identité

النقطة الجزئية

1) c) $\lim\limits_{+\infty} f(x) = \lim\limits_{+\infty} 1 - \ln\left(1 - xe^{x}\right)$

$= 1$ bcs $\lim\limits_{+\infty} -xe^{-x}$ $\quad t = -x \quad t \in \mathbb{R}$

$\lim\limits_{-\infty} te^{t} = 0$

Thus $f(x)$ admits a horizontal asymptote of equation $y = 1$

0/1

2) a) $\lim\limits_{-\infty} f(x) = \lim\limits_{-\infty} x + 1 - \ln(e^{x} - x)$

$= -\infty$ because $\lim\limits_{-\infty} e^{x} = 0$

$\lim\limits_{+\infty} \ln(x) = +\infty$

$\lim\limits_{+\infty} -\ln(x) = -\infty$

0,25

b) $\forall x \in]-\infty; 0[$

$f(x) = x + 1 - \ln(e^{x} - x)$

$= x + 1 - \ln\left(x\left(\frac{e^{x}}{x} - 1\right)\right)$

$= x + 1 - \ln\left(-x\left(1 - \frac{e^{x}}{x}\right)\right)$

$= x + 1 - \ln(-x) - \ln\left(1 - \frac{e^{x}}{x}\right)$

$= x + 1 - \ln(-x) - \ln\left(1 - \frac{1}{e^{-x} \cdot x}\right)$

0/1

c) $\lim\limits_{-\infty} \frac{f(x)}{x} = \frac{x + 1 - \ln(-x) - \ln\left(1 - \frac{1}{e^{-x} \cdot x}\right)}{x}$

$= 1 + \frac{1}{x} + \frac{\ln(-x)}{-x} - \frac{\ln\left(1 - \frac{1}{e^{-x} \cdot x}\right)}{x}$

$= 1$ because $\lim\limits_{-\infty} \frac{1}{x} = 0$

$\lim\limits_{+\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0$

$\lim\limits_{-\infty} \frac{\ln(-x)}{-x} = 0$

$\lim\limits_{+\infty} xe^{x} = +\infty$

$\lim\limits_{-\infty} -xe^{-x} = -\infty$

$\lim\limits_{-\infty} \frac{1}{-xe^{-x}} = 0$

and $\ln(1) = 0$

0/1

تنبيه: يمنع على المترشح(ة) الإمضاء أو وضع أي علامة يمكنها كشف هويته(ا)

مجموع نقط الصفحة

يرجى وضع ملصق
الرمز السري هنا

رقم الأرشفة

امتحان نيل شهادة البكالوريا

الشعبة أو المسلك : ....

تاريخ الامتحان : ....

المادة : ....

إسم وتوقيع المصحح(ة) : ....

النقطة النهائية	
بالأرقام	....../20
بالحروف	....

النقطة الجزئية

0,5

Problem Part 2

e) $\lim_{-\infty} f(x) - x = x + 1 - \ln(x) - \ln\left(1 + \frac{1}{e^x - x}\right) - x$

$= 1 - \ln(-x) - \ln\left(1 + \frac{1}{-x e^{x}}\right)$

$= -\infty$

c) $\lim_{-\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$ thus $f(x)$ admits a parabolic branch direction of equation $y = 1x$ to $-\infty$

3) a) $\forall x \in \mathbb{R}$

$f'(x) = \left(1 - \ln(e^x - x) + x\right)'$

$= -\frac{e^x - 1}{e^x - x} + 1$

$= \frac{1 - e^x}{e^x - x} + 1$

$= \frac{1 - e^x - e^x + x}{e^x - x}$

$\boxed{f'(x) = \frac{1 - x}{e^x - x}}$

sign of f' depends on $1 - x$ and $e^x - x$

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$1 - x$		$+$	0	$-$	
$e^x - x$			$+$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	

and we proved before that $\forall x \in \mathbb{R}$ $e^x - x > 0$

so $f'(x)$ is positive on $]-\infty ; 1]$ and negative on $]1 ; +\infty[$

مجموع نقط الصفحة