

Concours d'accès
En 1^{ère} année du cycle normal de l'Institut Supérieur
d'Etudes Maritimes au titre de l'année académique 2009/2010

Epreuve : Mathématiques
Durée : 2 Heures

Exercice 1

- 1- Déterminer les nombres complexes Z_1 et Z_2 tels que :
 $(Z^2 - 4Z + 5) + i(Z + 1) = (Z - Z_1)(Z - Z_2)$ et $|Z_1| < |Z_2|$
- 2- Résoudre dans le corps des complexes l'équation suivante :
 $(Z^2 - 4Z + 5)^2 + (Z + 1)^2 = 0$
- 3- déterminez les réels A, B, C et D tels que :
 $\forall x \in \mathbb{R} (x^2 - 4x + 5)^2 + (x + 1)^2 = (x^2 + Ax + B)(x^2 + Cx + D)$ avec $C < A < B < D$

Exercice 2

Soient les fonctions suivantes : $g(x) = x^2 + x + 1$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$$

- 4- Déterminer le domaine de définition de $f \times g$
- 5- Trouver les solutions de $g(x) \times f(x) = 0$ dans \mathbb{R}
- 6- Déterminer les racines complexes de $g(x)$

Exercice 3

Soit f une fonction définie sur l'intervalle $[-a, a]$, à valeurs dans \mathbb{R}

- 7- Si f est impaire, calculer $\int_{-a}^a f(t) dt$
- 8- Si f est paire, calculer $\int_{-a}^a f(t) dt$

Exercice 4

Soit la fonction $f(x) = \log(\sqrt{x^2 + 1} - x)$

- 9- Déterminer son domaine de définition
- 10- Calculer $L_1 = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $L_2 = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ quand $x \rightarrow +\infty$
- 11- Calculer $f'(0)$
- 12- Ecrire l'équation de la tangente à la courbe en 0.

Exercice 5

13- soit a et b des nombres réels non nuls, calculer l'intégrale :

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2t}{a^2 \cos^2 t + b^2 + \sin^2 t} dt$$

14- calculer l'intégrale

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{1 - 3 \cos x} dx$$

Exercice 6

Calculer les limites suivantes :

15- $f(x) = \frac{\sin x + \sin 2x + \sin 3x}{x(1+x)}$ quand $x \rightarrow 0$

16- $f(x) = \frac{\operatorname{tg}(\sin x)}{\sin x}$ quand $x \rightarrow 0$

17- $f(x) = \frac{1 - \sin x}{x - \frac{\pi}{2}}$ quand $x \rightarrow \frac{\pi}{2}$

18- $f(x) = \frac{\sqrt{1 + \cos x} - 1}{x - \frac{\pi}{2}}$ quand $x \rightarrow \frac{\pi}{2}$

Exercice 7

Résoudre dans R les équations suivantes :

19- $2 \ln 2 + \ln(x^2 - 1) = \ln(-4x - 1)$

20- $2(\ln x)^2 + \ln x - 6 = 0$