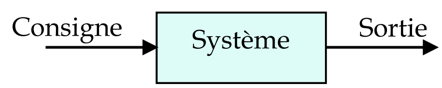
SYSTEMES ASSERVIS

Généralités

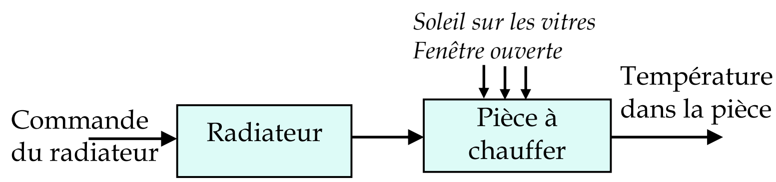
1. Commande en boucle ouverte

Un système est en boucle ouverte lorsque la commande est élaborée indépendamment de la sortie. Si un évènement vient perturber la sortie, le système n'aura pas conscience de cette perturbation : la sortie s'écartera alors de la sortie souhaitée (consigne)



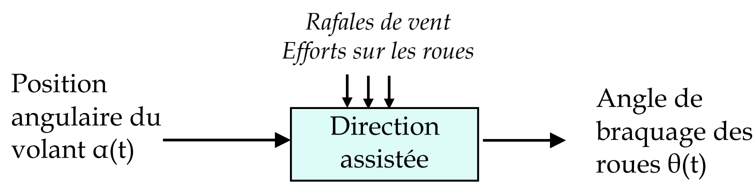
Exemple1 : commande de la température d'une salle

Si le soleil franchit les vitres ou si une fenêtre s'ouvre, la température atteinte sera différente de la consigne



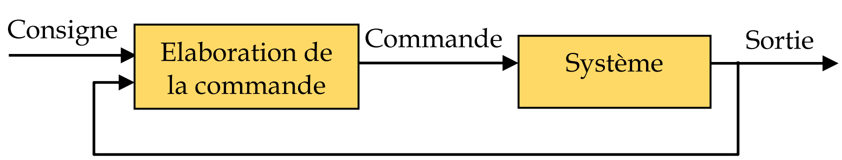
Exemple 2 : direction assistée de véhicule automobile

Lors de rafales de vent ou d'efforts intempestifs sur les roues, l'angle de braquage souhaité ne sera pas obtenu



2. Commande en boucle fermée

En boucle fermée, le système compare en permanence la sortie à la consigne afin de s'autocorriger en cas de perturbations



3. Système bouclé

Un système bouclé a donc un dispositif de retour permettant de compenser le manque de fidélité d'un système physique. Un système bouclé peut fonctionner en régulation ou en asservissement

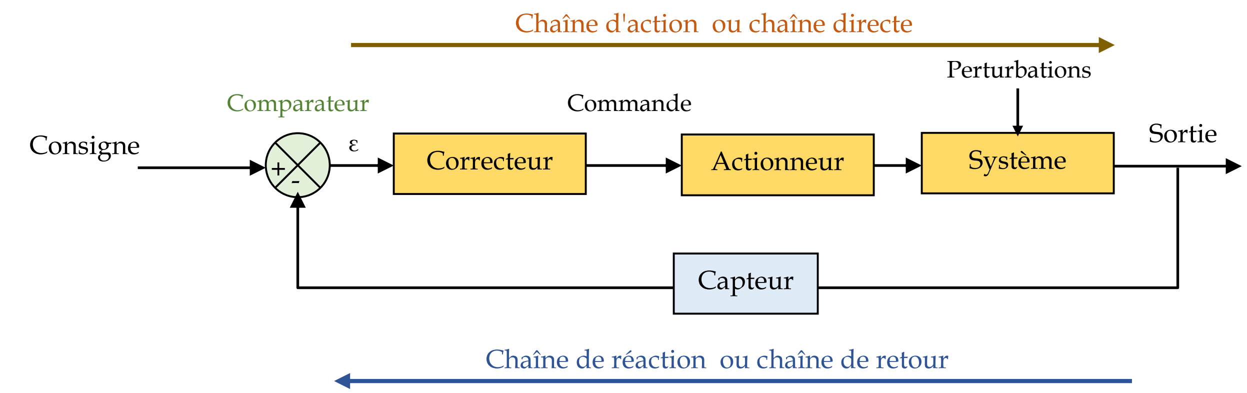
- On parle de ***régulation*** lorsque la consigne est constante et que le système doit maintenir une sortie constante quelques soient les perturbations.

Exemples : régulation de la vitesse d'un véhicule, de la température d'un local

- On parle d'***asservissement*** lorsque la consigne varie avec le temps. Le système doit ajuster en permanence la sortie au signal d'entrée.

Exemples : asservissement de position d'un radar de poursuite, suivi de trajectoire d'un missile

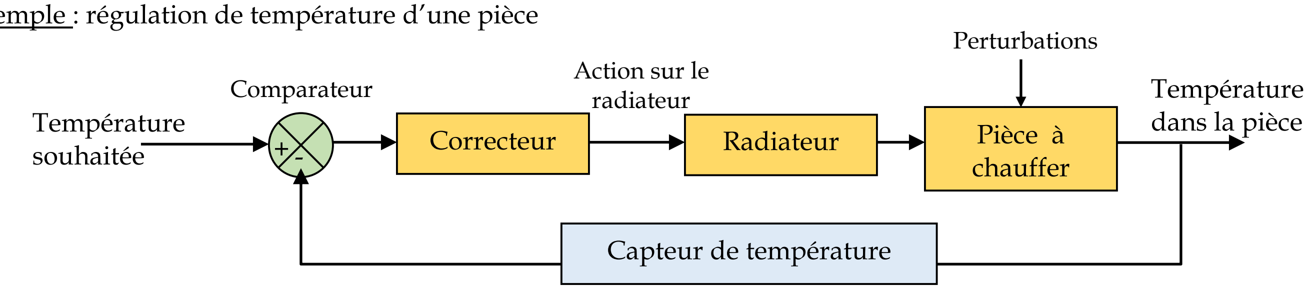
Le schéma bloc d'un asservissement est le suivant :



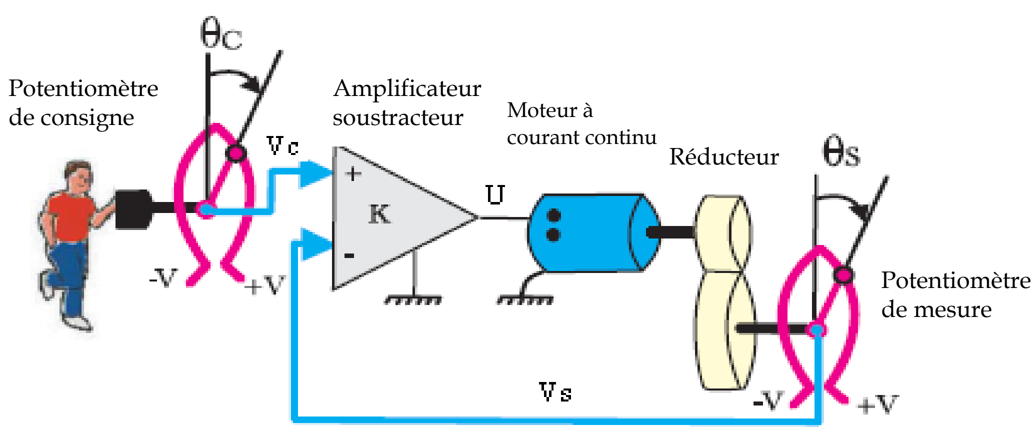
Le comparateur calcule l'écart entre la consigne et la sortie. A partir de l'écart ε constaté le correcteur élabore un signal de commande

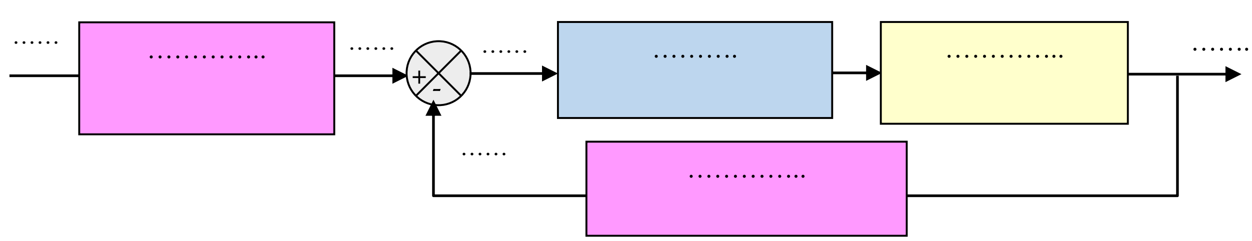
ε (écart ou erreur) caractérise la qualité de l'asservissement. Le but de l'asservissement est d'annuler en permanence cet écart, de manière à ce que la sortie suive l'entrée. La sortie est alors asservie à l'entrée.

Exemple : régulation de température d'une pièce



Exercice : représentation d'une régulation de position par un schéma bloc

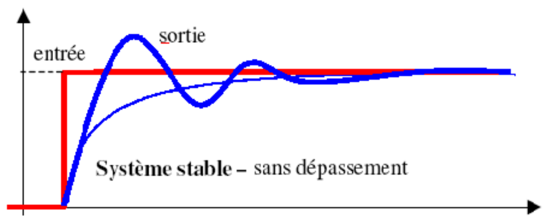


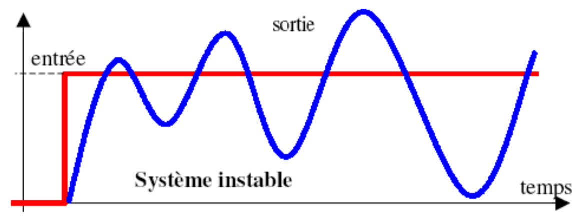


4. *Performances d'un système asservi*

Le cahier des charges d'un système asservi impose généralement un certain nombre de contraintes sur le comportement du système (pour le passage d'une position à une autre sur un radar par exemple).
Ces contraintes portent sur : la ***stabilité***, la ***précision*** et la ***rapidité***

⇨ Stabilité

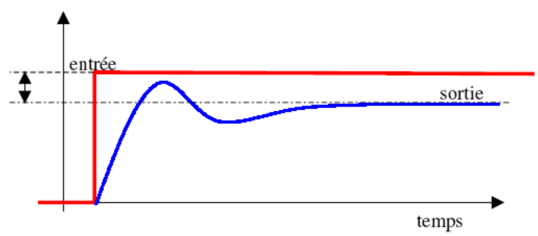




Un système est stable si pour une entrée constante *e(t)*, la sortie du système *s(t)* tend vers une constante
Un système asservi instable se traduit par des variations importantes de la sortie qui peuvent causer la dégradation

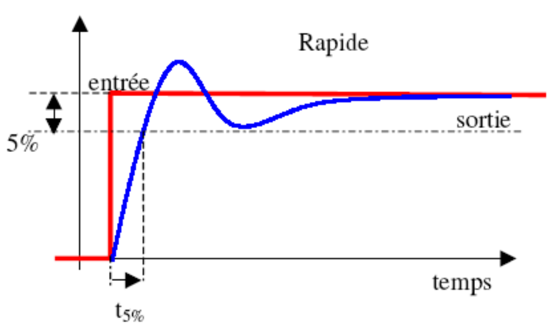
⇨ La précision

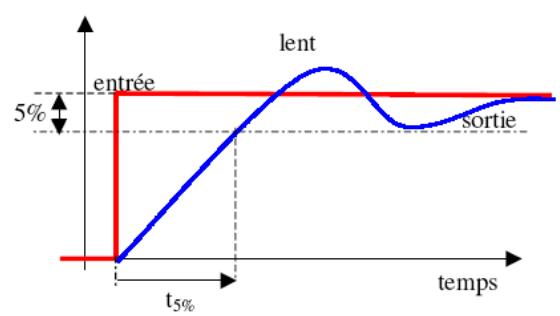
C'est la différence entre la sortie et l'entrée en régime permanent



⇨ La rapidité

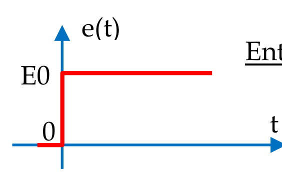
La rapidité se traduit par le temps mis par le système pour que la sortie atteigne la valeur finale. On définit, pour caractériser la rapidité, le temps de réponse à 5%





Systèmes linéaires

- La mise en équations d'un système s(t) = f(e) aboutit souvent à une équation différentielle du premier ordre ou du deuxième ordre
- Analyser les performances d'un système c'est étudier son comportement vis-à-vis des signaux d'entrée particuliers. Une entrée typique est l'échelon, la réponse de *s(t)* à un échelon s'appelle une réponse indicielle



Entrée échelon

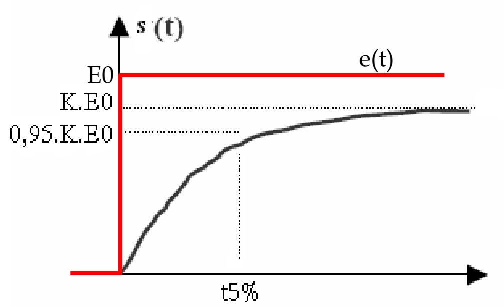
1. *Système du premier ordre*

Un système physique d'entrée e(t) et de sortie s(t) est du premier ordre s'il est régi par une équation différentielle du premier ordre du type :

$$\tau.\frac{ds(t)}{dt} + s(t) = K.e(t)$$

k : gain statique du système
τ : constante de temps.

Réponse indicielle : l'entrée est un échelon d'amplitude E0 pour t>0



L'équation devient : $\tau.\frac{ds(t)}{dt} + s(t) = K.E_0$

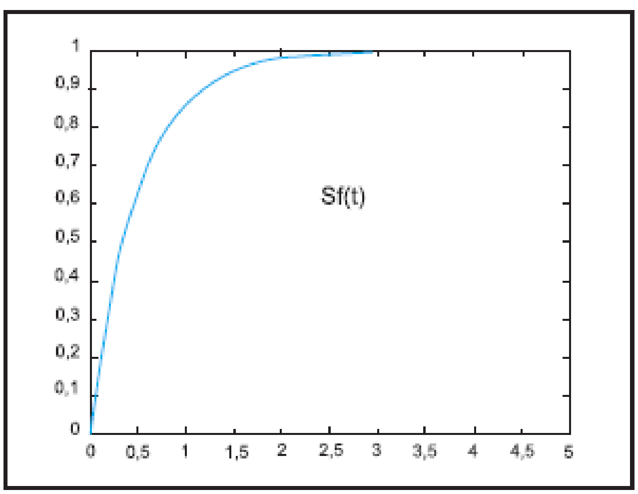
Ce qui donne : $s(t) = K.E_0.(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

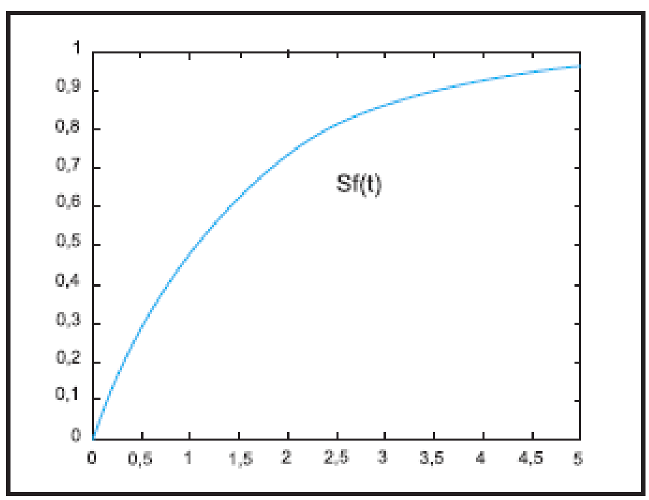
Le comportement du système est non oscillant (stable), il tend vers la valeur K.E0 sans jamais la dépasser. La propriété de non dépassement est très recherchée dans certains asservissements où le dépassement est interdit.

Le temps de réponse à 5% est tel que s(t)= 0.95. K.E0 => $s(t) = K.E_0.\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$= 0.95. $K.E_0$
=> t (5%) = 3τ
L'erreur statique est ε = 1-k
En effet, ε = (e(t) - s(t))/e(t) en régime statique ; soit ε = (E0 – kE0)/E0 = 1-k en %

Exercice

Déterminer le temps de réponse à 5% de l'allure instantanée de la sortie de ces systèmes du premier ordre.





………………………………………………………………… …………………………………………………………………

2. *Système du deuxième ordre*

Un système physique d'entrée e(t) et de sortie s(t) est du deuxième ordre s'il est régi par une équation différentielle du deuxième ordre du type :

$$\frac{1}{\omega_n^2}.\frac{d^2s(t)}{dt^2}+\frac{2z}{\omega_n}.\frac{ds(t)}{dt}+s(t)=K.e(t)$$

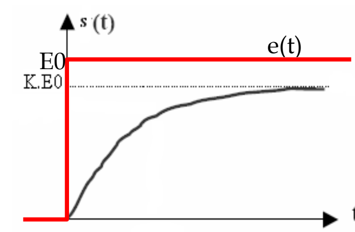
K : gain statique
ωn : pulsation propre
z : facteur d'amortissement

Réponse indicielle : l'entrée est un échelon d'amplitude E pour t>0

Il existe 3 cas selon le facteur d'amortissement :

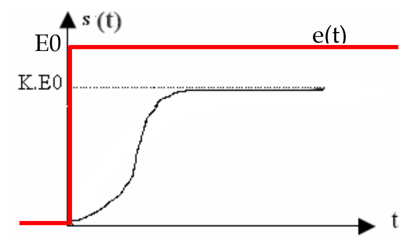
1er cas : z > 1 régime apériodique amorti

Le comportement du système est non oscillant, il tend vers la valeur K.E0 sans jamais la dépasser.



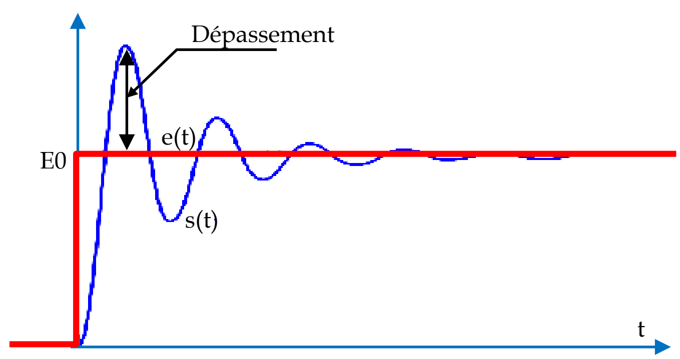
2ème cas : z = 1 régime apériodique critique

La réponse est non oscillante, c'est le régime apériodique le plus rapide.



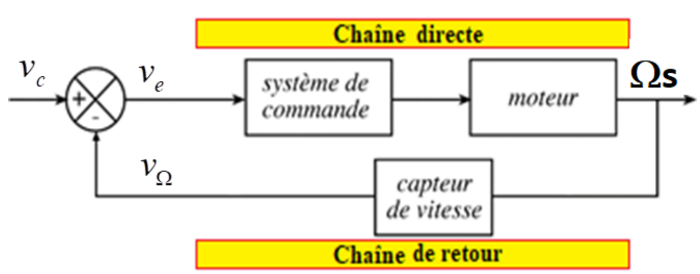
3ème cas : z <= 1 régime oscillatoire

La réponse présente la forme d'une sinusoïde amortie.



Asservissement en vitesse d'un moteur à CC

Le système est décrit par le schéma bloc ci-contre



Supposons qu'une perturbation provoque une diminution de la vitesse de sortie Ωs (la grandeur de commande v_c étant constante)

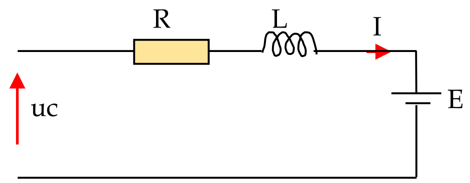
La chaîne de retour fait alors apparaître une diminution de la grandeur de retour v_Ω.

La grandeur d'entrée va donc augmenter et la vitesse également. Elle va augmenter jusqu'à ce que la tension ε = $v_e = v_c - v_\Omega$ s'annule.

Remarquons que ce résultat est obtenu sans qu'il soit nécessaire de connaître l'origine de la perturbation.

⇨ *Mise en équation du moteur et sa charge*

La mise en équation du système "moteur+charge" est réalisable à partir du modèle électrique de la machine à courant continue et de la relation fondamentale de la dynamique



R, L : résistance et inductance de l'induit
E : force contre électromotrice

On a $Uc = E + RI + L\dfrac{dI}{dt}$ avec $E = k'\Phi\Omega = k\Omega$ (à flux constant) => $Uc = RI + L\dfrac{dI}{dt} + k\Omega$ **(1)**

Le principe fondamental de la dynamique s'écrit : $J\Omega' = Cu - Cr = Cem - Co - Cr = Cem - Cr$ (si on néglige les frottements secs)

Avec J : moment d'inertie des masses en mouvement
Cem, Cu et Cr : respectivement couple électromagnétique, couple utile et couple résistant

On aussi $Cem = KI$ et on suppose $Cr = f\Omega$ où f est le coefficient de frottement visqueux

Ce qui donne $J\Omega' = kI - f\Omega$ => $I = \dfrac{J}{k}.\Omega' + \dfrac{f}{k}.\Omega$ **(2)**

⇨ *Analyse temporelle*

On néglige l'inductance L de l'induit

L'équation (1) devient $Uc = RI + k\Omega$ or (2) $I = \dfrac{J}{k}.\Omega' + \dfrac{f}{k}.\Omega$

=> $Uc = \dfrac{RJ}{k}.\Omega' + \dfrac{Rf+k^2}{k}.\Omega$

=> $\dfrac{RJ}{Rf+k^2}.\Omega' + \Omega = \dfrac{k}{Rf+k^2}.Uc$

C'est une équation du 1er ordre avec la constante de temps $\tau = \dfrac{RJ}{Rf+k^2}$ et la gain statique $K = \dfrac{k}{Rf+k^2}$

La réponse indicielle (à un échelon) $Uc = E0$ pour $t > 0$ $\Omega(t) = K \cdot E_0\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ est (voir plus haut)

Le système est stable et ne risque aucun dépassement. Le temps de réponse à 5% est 3τ

On tient compte de l'inductance L de l'induit

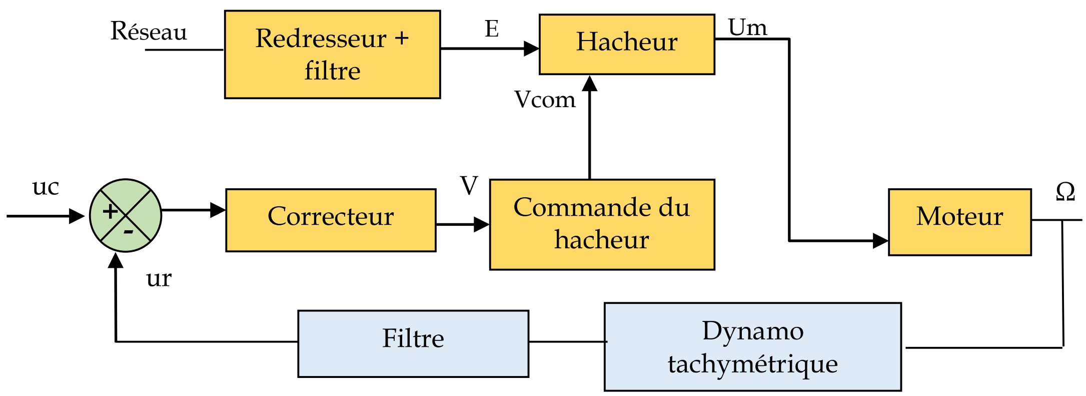
En tenant compte des équations (1) et (2) il vient $R(\dfrac{J}{k}.\Omega' + \dfrac{f}{k}.\Omega) + L(\dfrac{J}{k}.\Omega'' + \dfrac{f}{k}.\Omega') + k\Omega$

$$\frac{LJ}{Rf+k^2}.\Omega'' + \frac{RJ+Lf}{Rf+k^2}.\Omega' + \Omega = \frac{k}{Rf+k^2}.Uc$$

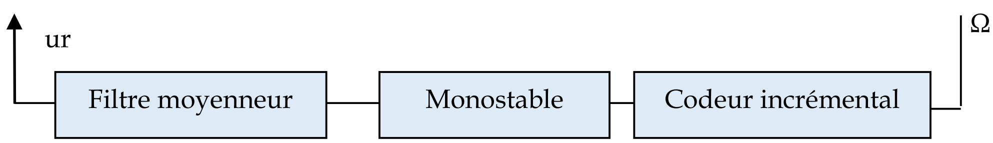
C'est une équation du 2ème ordre.
La pulsation propre, le facteur d'amortissement et le gain statique sont tels que (voir plus haut) :

$$\frac{1}{\omega n^2} = \frac{LJ}{Rf+k^2} \qquad \frac{2z}{\omega n} = \frac{RJ+Lf}{Rf+k^2} \qquad K = \frac{k}{Rf+k^2}$$

➪ ***Montage d'asservissement***



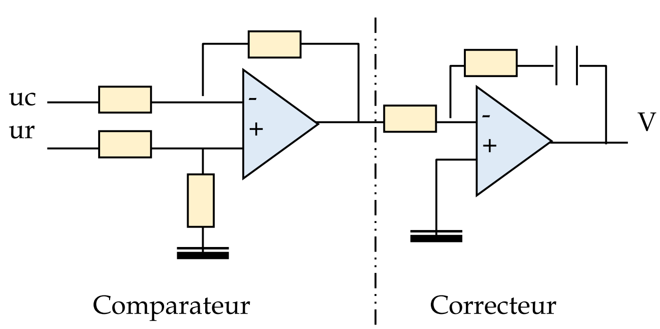
Autre structure de la chaîne de retour



- La dynamo tachymétrique, capteur de vitesse, est en général très bruitée, il va falloir filtrer sa sortie avec un passe-bas qui élimine une partie suffisante du bruit

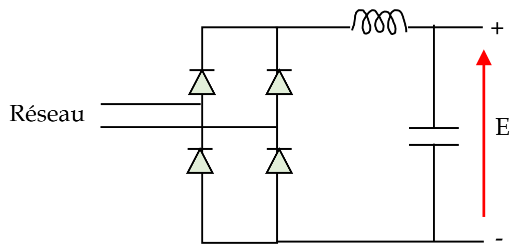
- Pour qu'un asservissement soit correct, il faut d'abord qu'il assure la stabilité du système. Ceci étant, on recherche souvent à ce qu'en régime permanent, la sortie tende vers la consigne (précision). On peut aussi s'imposer un temps de réponse court (rapidité). Pour atteindre ces objectifs, on introduit un correcteur dans la chaîne directe.

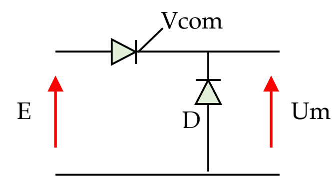
L'ensemble "comparateur (soustracteur) + correcteur" peut avoir la structure ci-contre



Alimentation du hacheur

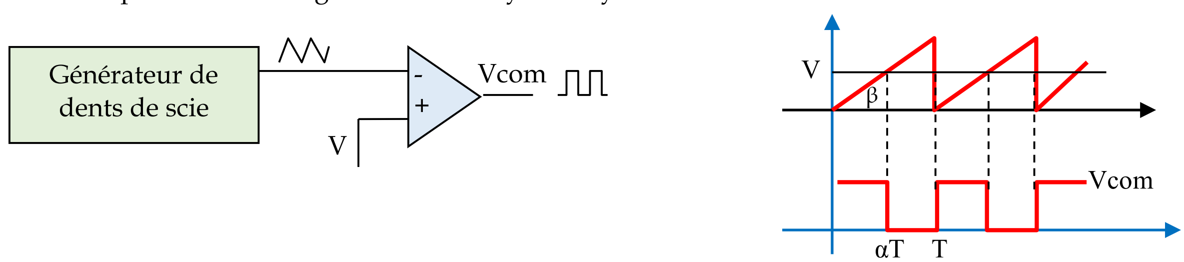
Cette alimentation est réalisée au moyen d'un pont redresseur et d'un filtre





Le hacheur débite au moteur une tension Um = α.E   où α est le rapport cyclique proportionnel à la tension de commande V
D est une diode de roue libre

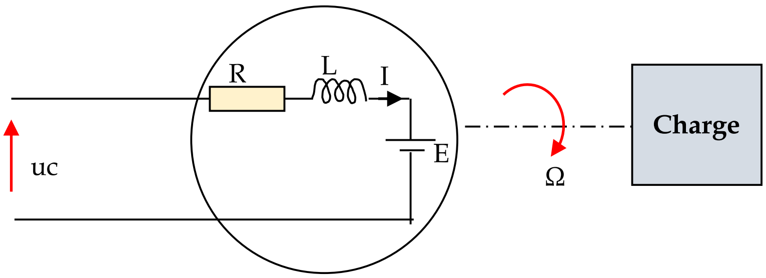
Pour obtenir un rapport cyclique α proportionnel à la tension V, on compare celle-ci à un signal en dents de scie. La sortie du comparateur est le signal Vcom envoyé au thyristor



On a   tgβ = V/α.T   => α = V/ tgβ.T = K.V
(β et T étant des caractéristiques du générateur de dents de scie)

Exercice : Modélisation du moteur à CC par un schéma bloc

L'objectif est de représenter l'ensemble "moteur à courant continu + charge" par un schéma bloc en vue d'en étudier l'asservissement en vitesse. On négligera l'inductance L du bobinage de l'induit



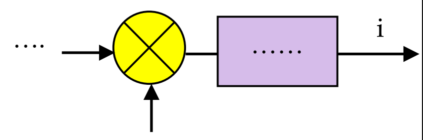
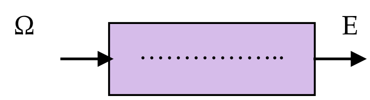
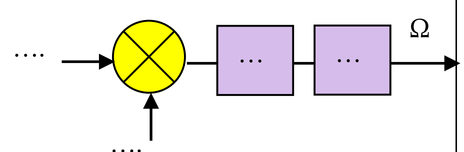
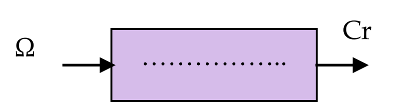
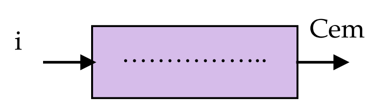
Relation	***Schéma fonctionnel***
i en fonction de uc et E ………………………………………………………………………… ………………………………………………………………………… …………………………………………………………………………	
E en fonction de Ω ………………………………………………………………………… …………………………………………………………………………	
Ω en fonction de Cem et de Cr ………………………………………………………………………… ………………………………………………………………………… …………………………………………………………………………	
Cr en fonction de Ω On admet que le couple résistant Cr est proportionnel à Ω Soit, Cr = f. Ω où f est le coefficient de frottement visqueux	
Cem en fonction de i ………………………………………………………………………… ………………………………………………………………………… …………………………………………………………………………	

Schéma bloc

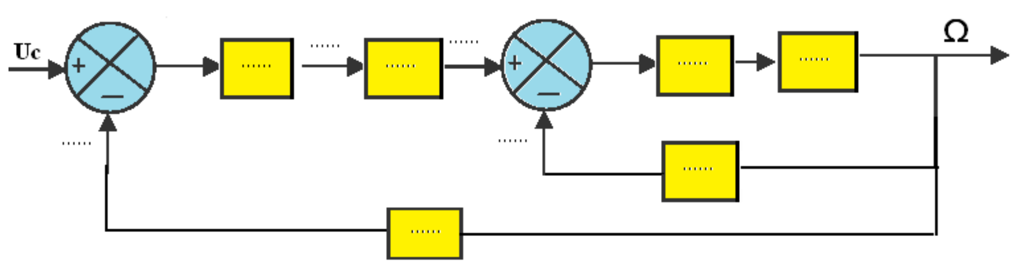


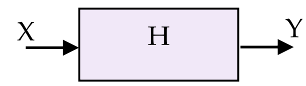
Schéma bloc (ou diagramme fonctionnel)

Un schéma fonctionnel est une représentation simplifiée d'un processus mettant en évidence les différentes fonctions mises en œuvre

1. *Formalisme*

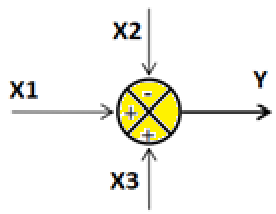
⇨ Bloc

Un bloc est caractérisé par sa fonction de transfert ou transmittance H



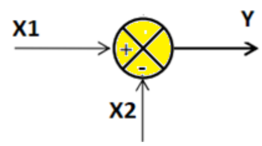
Y = H.X

⇨ Sommateur



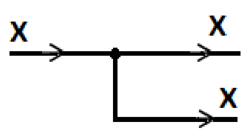
Y = X1 – X2 + X3

⇨ Comparateur

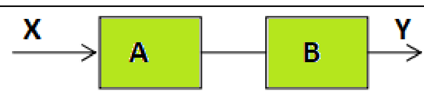
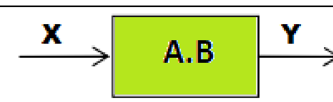
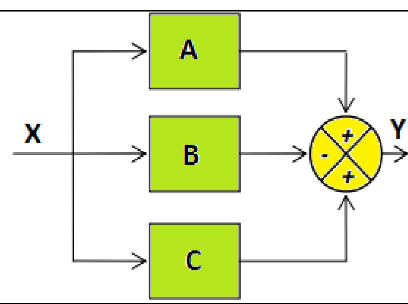
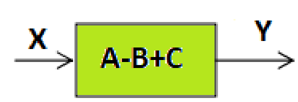
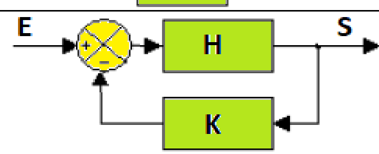
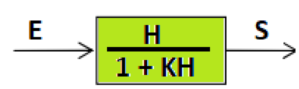
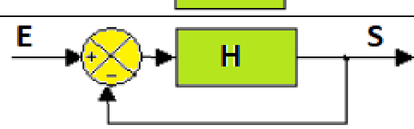
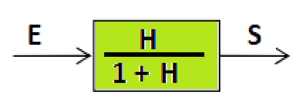


Y = X1 – X2

⇨ Point de prélèvement

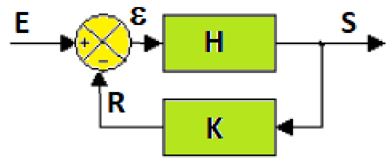


2. *Simplification des schémas blocs*

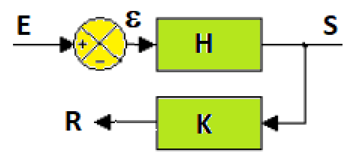
Blocs en cascade (en série)		
Blocs en parallèle		
Structure en boucle fermée		
Cas du retour unitaire		

3. *Fonction de transfert*

Considérons le schéma d'asservissement suivant



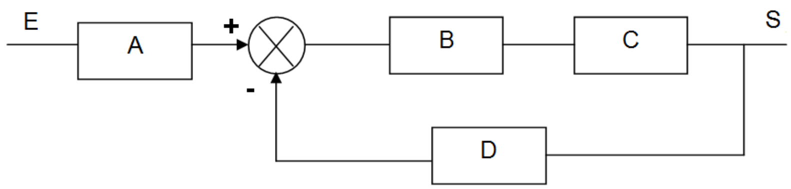
La fonction de transfert en boucle fermée est la transmittance entre la consigne E et la sortie S, soit **FTBF** $= \frac{S}{E} = \frac{H}{1+KH}$

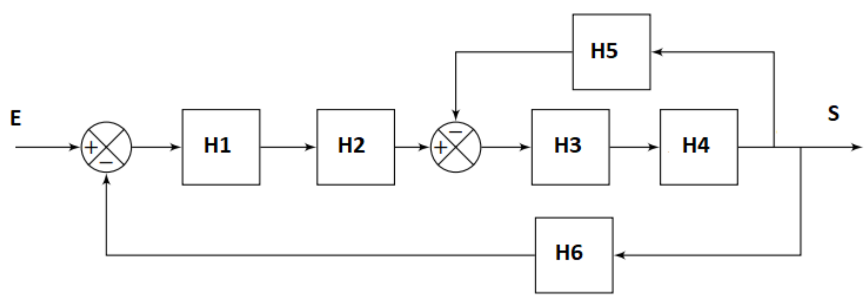


La fonction de transfert en boucle ouverte est la transmittance entre le signal d'erreur ε et le signal de retour R lorsque le retour est coupé, soit **FTBO** $= \frac{\varepsilon}{R}$ = **KH**

Exercice

Déterminer la fonction de transfert des schémas blocs suivants :





………

………

………

………

………

………

………

………

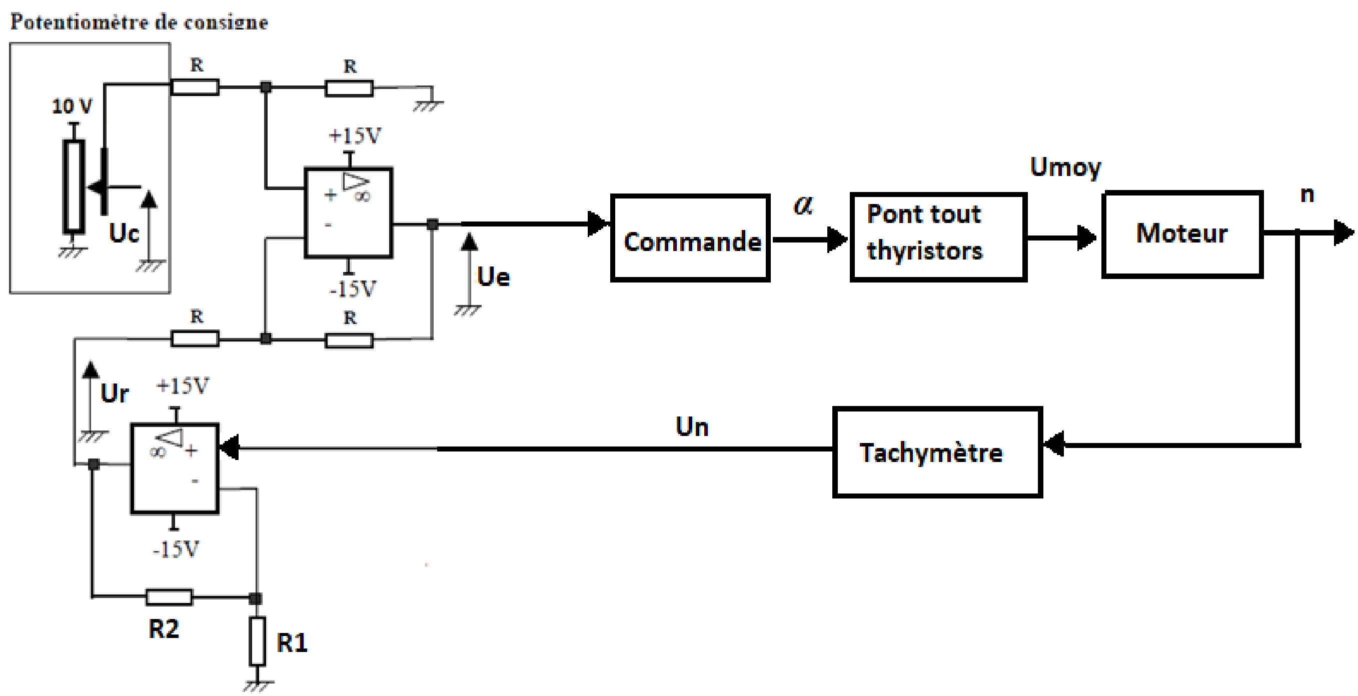
………

………

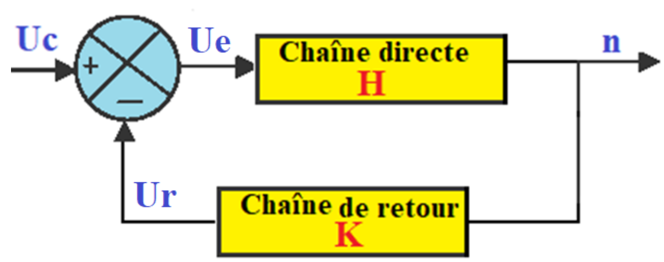
………

Exercice : Régulation de la vitesse de rotation d'un moteur à CC

L'exercice propose d'étudier la régulation de vitesse d'un moteur à courant continu à faible puissance, afin d'éviter des variations importantes de vitesse lors d'une perturbation. Le descriptif du système de régulation est le suivant :



La régulation par le système bouclé peut être schématisée comme suit :



La chaîne de retour est constituée par l'ensemble tachymètre-amplificateur
Le tachymètre délivre une tension Un proportionnelle à la vitesse de rotation du moteur : ***Un = 5.10⁻³.n*** *(n en tr/min et Un en V).*

Comparateur

Les amplificateurs opérationnels sont supposés parfaits et fonctionnent en régime linéaire, montrer que Ue = Uc - Ur

Chaîne de retour

- *Montrer que* $Ur = \left(1 + \frac{R2}{R1}\right).Un$
- *On donne R1 = 10 kΩ , calculer R2 pour que la transmittance K de la chaîne de retour soit égale à 0,01 V/(tr/min)*

Régulation de vitesse

Ue est une tension de commande qui sert à régler l'angle de retard à l'amorçage des thyristors et donc à régler la tension moyenne Umoy à la sortie du pont. La relation liant la tension Ue à la tension moyenne est ***Umoy = 100.Ue***
On négligera la chute de tension dans l'induit du moteur ; la vitesse de rotation est alors pratiquement proportionnelle à Umoy : ***n = 50.Umoy*** *(Umoy en V et n en tr/min)*

- *Calculer la transmittance H de la chaîne directe.*
- *La tension de consigne Uc est maintenue constante, calculer Ue et Ur pour une vitesse de 1 000 tr/min. En déduire la tension de consigne Uc permettant le réglage de cette vitesse.*
- *Une perturbation tend à diminuer la vitesse du moteur. Donner le sens de variation des grandeurs Ur, Ue et n puis conclure sur l'intérêt du bouclage réalisé.*

Exercice : Examen national 2018, session de rattrapage

SEV 3 : Asservissement de vitesse et traitement de l'information

Le réglage de la vitesse du moteur se fait en agissant sur le rapport cyclique de la tension du moteur $u_m(t)$.

En plus, la vitesse dépend de plusieurs paramètres tels que :

- ✓ *La charge du chariot ;*
- ✓ *La pente et l'état du terrain.*

On se propose d'asservir la vitesse du chariot à la vitesse choisie par l'utilisateur (consigne).

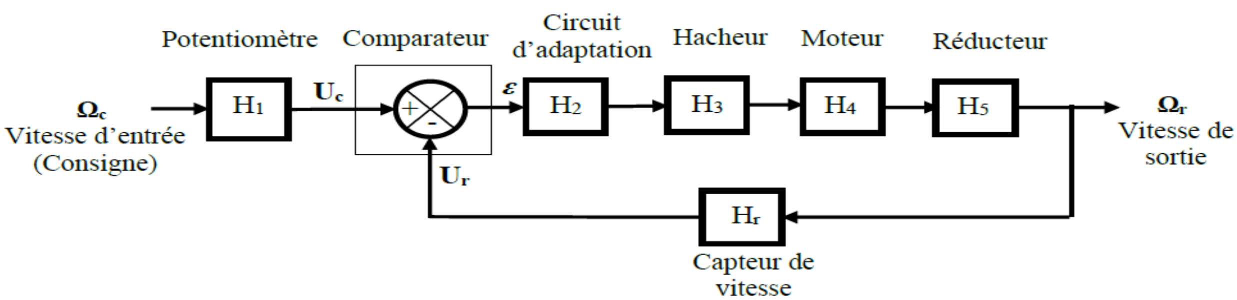
Le principe de cet asservissement consiste donc à :

- *Mesurer la vitesse du chariot et délivrer une tension* U_r *image de la vitesse ;*
- *Comparer cette tension à la tension* U_C *image de la vitesse désirée ;*
- *Agir sur le moteur en fonction de l'écart entre* U_C *et* U_r.

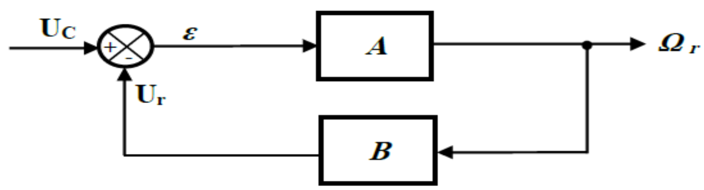
La comparaison des tensions et la commande du hacheur s'effectuent par le microcontrôleur.

Tâche 1 : Modélisation du système

Le modèle équivalent est représenté par le schéma bloc suivant :



Ce schéma-bloc peut être simplifié et remplacé par le schéma équivalent suivant :



Avec : $U_C = H_1 . \Omega_c$

On note :

- ***A*** *: la fonction de transfert de la chaine directe ;*
- ***B*** *: la fonction de transfert de la chaine de retour.*

Q26) *Exprimer* **A** *et* **B** *en fonction de* H_2, H_3, H_4, H_5 *et* H_r. *1,5 pt*

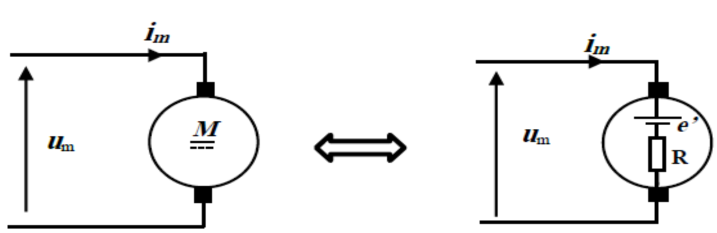
Q27) *Donner en fonction de* **A** *et de* **B** *:*

Q27-1) *La fonction de transfert en boucle ouverte FTBO :* $T_{BO} = U_r / \varepsilon$. *1,5 pt*

Q27-2) *Donner la fonction de transfert en boucle fermée FTBF :* $T_{BF} = \Omega_r / U_C$. *2 pts*

Tâche 2 : Modélisation du moteur

Le schéma équivalent du moteur à courant continu est le suivant :



Commande par l'induit.
Le flux inducteur est constant

- $u_m = R i_m + e'$
- $e' = a.\,\Omega_m$
- $C_m = a.i_m$

avec :

- u_m : tension aux bornes de l'induit du moteur (**V**).
- R : résistance de l'induit du moteur (**Ω**).
- e' : f.c.é.m du moteur (**V**).
- a : constante de la f.c.é.m (**V.s/rad**) ou constante de couple (**N.m/A**).
- Ω_m : vitesse angulaire du moteur (**rad/s**).
- C_m : couple moteur (**N.m**).

En appliquant la loi fondamentale de la dynamique au moteur, on obtient : $C_m - C_r - C_f = J\frac{d\Omega_m}{dt}$

avec J *: le moment d'inertie de l'ensemble mobile en rotation.*
On suppose que :

- ✓ *Le moteur est à vide : couple résistant* $C_r = 0$ *;*
- ✓ *Les frottements mécaniques* C_f *sont négligeables.*

Q28) *Montrer que la vitesse du moteur* Ω_m *est liée à la tension* u_m *par l'équation différentielle suivante :*

$$\left(\frac{R.J}{a^2}\right)\frac{d\Omega_m}{dt} + \Omega_m = \frac{u_m}{a}$$ **2 pts**

Q29) *S'agit-il d'un système de premier ou de deuxième ordre ?* **0,5 pt**

Q30) *Sur le document* **DREP 06**, *compléter alors le schéma-bloc du moteur.* **1,5 pt**